

**IDENTIFICACIÓN DE LAS DIFICULTADES EN LA ADQUISICIÓN DE LAS
COMPETENCIAS BÁSICAS EN MATEMÁTICAS DEL PENSAMIENTO
VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS DE LOS
ESTUDIANTES DE GRADO ONCE DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
EMPRESARIAL DEL MUNICIPIO DE DOSQUEBRADAS, DESDE EL ANÁLISIS DE
LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS**

ZULEIMA CARDONA MARTÍNEZ

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA, RISARALDA
2019**

**IDENTIFICACIÓN DE LAS DIFICULTADES EN LA ADQUISICIÓN DE LAS
COMPETENCIAS BÁSICAS EN MATEMÁTICAS DEL PENSAMIENTO
VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS DE LOS
ESTUDIANTES DE GRADO ONCE DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
EMPRESARIAL DEL MUNICIPIO DE DOSQUEBRADAS, DESDE EL ANÁLISIS DE
LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de Magister en
Enseñanza de las Matemáticas.**

**Director
MG. Fernando Mesa
Director del departamento de Matemática.**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA
PEREIRA, RISARALDA
2019**

Nota de Aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Pereira, Enero de 2019

A mi familia por ser mi apoyo
constante

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Tecnológica de Pereira, que fortaleció mi proceso formativo y mi crecimiento personal.

A la comunidad educativa del Colegio Empresarial del municipio de Dosquebradas que ha contribuido receptivamente con la puesta en marcha de este proyecto.

A mis amigos, María Orlay Villada Flórez y Julio Fabio De La Cruz Urdinola, por su valioso apoyo para la realización de este trabajo.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	14
1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	15
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	15
1.2 Pregunta de investigación	17
2. OBJETIVOS.....	18
2.1. OBJETIVO GENERAL.....	18
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
3. JUSTIFICACIÓN.....	19
4. ESTADO DEL ARTE	21
5. MARCO REFERENCIAL	25
5.1. MARCO CONTEXTUAL.....	25
5.2. MARCO TEÓRICO.....	26
5.2.1. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas	26
5.2.2. Concepto de Función y tipo de funciones.....	34
5.2.3. Teoría de las situaciones didácticas.....	36
5.2.4. Noción de competencias.	41
5.2.5. El currículo en matemática	45
5.2.6 Secuencia didáctica.....	51
6. METODOLOGÍA	54
6.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN	54
6.2. VARIABLES	54
6.3. HIPÓTESIS	55
6.4. POBLACIÓN Y MUESTRA.....	55
6.5 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	56
7. ANÁLISIS DE RESULTADOS	57
7.1. DIAGNÓSTICO	57
7.1.1. Resultado de la encuesta a estudiantes	57
7.1.2. Análisis del resultado histórico de las pruebas saber 11 período 2016-2018...	64
7.1.3. Prueba diagnóstica de conocimientos previos.....	69
7.2 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE SECUENCIA DIDÁCTICA	73

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... 82

8.2. CONCLUSIONES..... 82

8.2. RECOMENDACIONES..... 83

REFERENCIAS..... 84

ANEXOS 89

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Competencias Matemáticas y pensamientos según competencias según Niss 2003	433
Tabla 2. Resultados encuesta ítem A Percepción de los estudiantes sobre su profesora.....	577
Tabla 3. Resultado encuesta ítem satisfacción hacia el estudio de las matemáticas.....	599
Tabla 4. Respuesta encuesta ítem metodología y didáctica	61
Tabla 5. Respuesta al ítem apoyo institucional y familiar al aprendizaje de las matemáticas.....	62
Tabla 6. Índice en Matemáticas 2014 - 2018 de la Institución Educativa Empresarial	64
Tabla 7. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño	65
Tabla 8. Puntajes promedio en matemática institución educativa 2016-2018	66
Tabla 9. Resultados prueba diagnóstica de conocimientos previos	70
Tabla 10. Conocimientos previos en la <i>estructura</i> del taller	72
Tabla 11. Resultado obtenidos después de la intervención didáctica	79

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfico 1. Resultados encuesta. Ítem A Percepción de los estudiantes sobre su profesor	58
Gráfico 2. Resultado encuesta ítem satisfacción hacia el estudio de las matemáticas	60
Gráfico 3. Respuesta encuesta ítem metodología y didáctica.....	61
Gráfico 4. Respuesta al ítem apoyo institucional y familiar al aprendizaje de las matemáticas..	63
Gráfico 5. Índice en Matemáticas 2014 - 2018 de la Institución Educativa Empresarial.....	65
Gráfico 6. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en Matemáticas.....	66
Gráfico 7. Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas	68
Gráfico 8. Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos	68
Gráfico 9. Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias.....	69
Gráfico 10. Comparativo antes y después del nivel de desempeño alto	80
Gráfico 11. Comparativo antes y después en el nivel de desempeño básico.....	81

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. ENCUESTA ESTUDIANTES GRADO 11-C	89
Anexo 2. PRUEBA EXPLORATORIA GRADO 11-C	90

GLOSARIO

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS: “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos” (Niss, 2003, citado por Iñiguez, 2015, p. 118).

CURRÍCULO: El conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional (Congreso de la República de Colombia, 1994, p. 17).

FUNCIÓN MATEMÁTICA: es una relación que se establece entre dos conjuntos, a través de la cual a cada elemento del primer conjunto se le asigna un único elemento del segundo conjunto o ninguno. Al conjunto inicial o conjunto de partida también se lo llama dominio; al conjunto final o conjunto de llegada, en tanto, se lo puede denominar codominio (Perez & Ana, 2016).

NIVEL DE DESEMPEÑO: el punto preciso y específico del grado de conocimiento alcanzado por el individuo en evaluación (Ministerio de Educacion Nacional , s.f.).

PENSAMIENTO NUMÉRICO: se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (Macintosh, 1992, citado por Ministerio de Educación Nacional 1998, p. 26).

PENSAMIENTO ALEATORIO: construcción de modelos de fenómenos físicos y del desarrollo de estrategias como las de simulación de experimentos y de conteos. También han de estar presentes la comparación y evaluación de diferentes formas de aproximación a los problemas con el objeto de monitorear posibles concepciones y representaciones erradas (Ministerio de Educacion Nacional, 1998, p. 47).

PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales. (Ministerio de Educacion Nacional, 1998, p. 37).

PENSAMIENTO MÉTRICO: comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invariancia, dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismos de medición; desarrollar el sentido de la medida (que involucra la estimación) y las destrezas para medir, involucrar significativamente aspectos geométricos como la semejanza en mediciones indirectas y los aspectos aritméticos fundamentalmente en lo relacionado con la ampliación del concepto de número (Ministerio de Educacion Nacional, 1998, p. 17).

PENSAMIENTO VARIACIONAL: modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, es por ello que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y de la ecuación, las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación, el análisis de relaciones funcionales y de la variación en general para explicar de qué forma un

cambio en una cantidad produce un cambio en otra, y la contextualización de diversos modelos de dependencia entre variables (Ministerio de Educacion Nacional, 1998, p. 17).

SECUENCIA DIDÁCTICA: Conjunto de actividades educativas que, encadenadas, permiten abordar de distintas maneras un objeto de estudio, compartiendo un hilo conductor que posibilite a los estudiantes desarrollar su aprendizaje de forma articulada y coherente. (Perez & Ana, 2016).

INTRODUCCIÓN

El interés por realizar esta investigación surge porque la matemática es el pilar fundamental, no sólo para el ingreso universitario a algunas carreras como tecnologías e ingenierías, donde es evidente el fracaso al inicio de la carrera, o la deserción, debido a que los estudiantes llegan sin las competencias básicas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional, sino también porque son esenciales para la vida laboral y en general para la vida cotidiana.

Por lo anterior se tiene como propósito de ésta investigación intervenir a los estudiantes de último grado de básica secundaria, específicamente el grado 11-C de la Institución Educativa Empresarial del municipio de Dosquebradas Risaralda, para que disminuyan las dificultades con relación a las competencias matemáticas básicas, definidas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en sus estándares básicos de competencia en relación con el pensamiento variacional y sistema algebraico y analítico, que es donde se observa mayores dificultades.

Para ello se realiza una intervención pedagógica con un diseño metodológico post-test a los 31 estudiantes de grado 11-C de la institución educativa Empresarial del municipio de Dosquebradas.

Luego se aplicará una secuencia didáctica, donde el estudiante desarrolle las cinco competencias básicas de matemáticas: Razonar, plantear y resolver problemas, modelar, comunicar, comparar y ejercitar, desde el análisis del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos que permita comparar el estado inicial, sin intervención didáctica y el estado final, después de la intervención para conocer el progreso en relación a las competencias mencionadas.

1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Esta sociedad del tercer milenio, con cambios supremamente acelerados, sobre todo en ciencia y tecnología, requiere que los seres humanos enfrenten el diario vivir con las herramientas adecuadas para saber hacer y saber ser, enfrentando los retos que cambian permanentemente. En este contexto, la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática deben estar orientados a desarrollar destrezas para que las personas puedan resolver problemas cotidianos, creativamente y con lógica, teniendo presente que se vive en un mundo cada vez más numérico y matematizado: las opciones de compra, los resultados gráficos que presentan los diarios, las opciones de inversión, entre otros, son ejemplos de una sociedad que requiere del desarrollo del pensamiento matemático.

Como el conocimiento matemático debe ser reforzado día a día, precisamente para responder a las necesidades antes mencionadas, se hace necesario que la educación responda al fortalecimiento de las destrezas que demanda el pensamiento matemático, sobre todo en términos de resolución de problemas y otras competencias que pueden brindar mayores oportunidades y opciones de continuar la vida escolar u optar por las posibilidades laborales.

Sin embargo la obtención de las competencias en matemáticas es uno de los retos más grandes de los estudiantes en todos los niveles, tanto primaria, como secundaria y educación superior. Su complejidad hace que las matemáticas sean vistas como un

desafío. Se dice que: “Las matemáticas se caracterizan por una aparente exactitud, por lo complejo de su lenguaje ya que contienen dos formas de codificación, una gráfica y otra simbólica, así como por el formalismo que la sostiene” (Caballero & Espinola, 2016, p. 44). Esto es precisamente lo que hace que los estudiantes la califiquen como “complicada” al punto incluso de generar hacia esa clase, una especie de rechazo.

Por otro lado, los lineamientos en matemáticas dados por el Ministerio de Educación Nacional, están orientados a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos que la educación moderna les exige, como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana. Respecto a la formación matemática básica, el énfasis estaría en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos, tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar, entre otros, el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional.

Aunque en Colombia el concepto de competencias se hizo visible en el escenario de la educación básica primaria en los diseños curriculares de matemáticas y español, posteriormente tomó otra sintaxis y significados para instalarse en el diseño curricular en su conjunto y en la actualidad está instalado en todo el sistema. (Maldonado, 2010, p. 131) La orientación de las matemáticas por competencias, tomando como referencia el enfoque socio formativo, pretende formar personas competentes para desempeñarse en la realización de tareas y resolución de problemas mediante algoritmos, procesos lógicos, estimación aproximada de resultados, construcción de modelos algebraicos,

medición y procedimientos de cálculos numéricos, que no se alcanzan a adquirir en la educación media, lo que conlleva a un deficiente desempeño en la universidad.

Conociendo esto, las instituciones preparan a sus estudiantes para que demuestren las habilidades, destrezas y competencias de lo aprendido a través de pruebas que se presentan a nivel nacional e internacional, que buscan medir lo que sabe un estudiante promedio acerca de algunas áreas del conocimiento y las competencias para enfrentar el mundo laboral. Las matemáticas por supuesto son analizadas también en estas pruebas estandarizadas como el caso de las Pruebas Saber en Colombia o el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes, conocido como prueba PISA, donde se evalúan las habilidades en Lectura, Ciencias y Matemáticas, realizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) en estudiantes de 15 años de 64 países. En las últimas pruebas PISA, Colombia “sacó el peor puntaje en matemáticas: 376 puntos que ubican a Colombia en el puesto 61, evidenciando que nuestros alumnos son los peor preparados” (Semana, 2013)

Contextualizando esta indagación, la institución Educativa Empresarial del Municipio de Dosquebradas, presenta dificultades si se miran los resultados históricos de los últimos años del 2016 al 2018 en las pruebas saber grado 11 para el área de matemáticas, como se podrá apreciar en el capítulo de diagnóstico elaborado a partir de los resultados históricos de las pruebas saber 11 del ICFES para la institución educativa.

1.2 Pregunta de investigación

¿Cuáles son las dificultades en la adquisición de las competencias básicas de matemáticas del pensamiento variacional y algebraico que presentan los estudiantes de grado once C de la institución Educativa Empresarial?

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL

Identificar las dificultades en la adquisición de competencias matemáticas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos en los estudiantes de grado 11- C de la Institución Educativa Empresarial de Dosquebradas Risaralda.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diagnosticar el nivel de las competencias matemáticas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de los estudiantes del grado 11-C de la Institución educativa Empresarial.
- Diseñar un instrumento para la intervención didáctica que permita visibilizar el desarrollo de competencias matemáticas del pensamiento variacional en grado 11-C en la Institución Educativa Empresarial.
- Validar las dificultades en la adquisición de las competencias matemáticas de los estudiantes del grado once de la Institución educativa Empresarial, a partir del análisis a priori y posteriori de la secuencia didáctica como estrategia de intervención.

3. JUSTIFICACIÓN

A pesar de que los resultados en las pruebas estandarizadas muestran un bajo nivel en las competencias matemáticas en Colombia, hay que resaltar que poco a poco se ha ido logrando avanzar en el fortalecimiento de estas competencias, sobre todo por el empoderamiento de los docentes del área frente a las dificultades de sus estudiantes, es así como “Con un 70%, Risaralda es la región del país donde los estudiantes perciben mayor interés por parte de sus docentes” (ICFES, 2017). Esto muestra lo importante que es el papel del docente en la adquisición de las habilidades y competencias de los estudiantes.

Basta con revisar las estadísticas de estudiantes que ingresan a la Universidad y no aprueban el examen de suficiencia exigido, el fracaso al inicio de las carreras, o la deserción escolar, que demuestran que éstos están llegando sin las cinco competencias básicas en matemáticas, dadas por el Ministerio de Educación Nacional (2006) como son: la resolución y el planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación, comparar y ejercitar.

Si bien es cierto que la universidad debe propiciar una solución a la dificultad que se está presentando, también es claro que es necesario dar una mirada a la educación media recibida por los estudiantes, durante su etapa de escolaridad, y a la manera como están adquiriendo las competencias y los estándares del área de matemáticas.

Como la propuesta está planteada desde el marco de las competencias en matemáticas, es necesario tener en cuenta que:

En este sentido el empleo de la noción de competencias responde simultáneamente a dos inquietudes centrales, una proactiva que busca impulsar un trabajo educativo con una orientación clara hacia la resolución de problemas del entorno, y al mismo tiempo, de manera implícita constituye un rechazo a la perspectiva enciclopédica, centrada en la memorización, pero sobre todo que ha creado un “saber escolar” como parte de los rituales de las instituciones educativas, cuya relevancia empieza y termina en la escuela, careciendo de alguna utilidad o ventaja para la vida real de los individuos. (Díaz, 2011, p. 5).

El autor invita a utilizar y apropiarse de las competencias para la solución de problemas, aplicar los saberes en un contexto determinado y adquirir habilidades para la vida.

En éste trabajo de investigación se emplearán los resultados del test post test que se les aplica para realizar una revisión de las competencias que los estudiantes tienen y de las que carecen para proponer una intervención que busca direccionar y ajustar el trabajo en el aula para la adquisición o desarrollo de las mismas y así mejorar sus desempeños futuros, tanto educativos como laborales.

4. ESTADO DEL ARTE

El estado del arte del tema de investigación es muy variado. El aprendizaje de las matemáticas viene siendo motivo de investigación en todos los campos educativos y mucho es el interés de docentes, directivos e investigadores del área en mejorar el aprendizaje de la misma, la didáctica y las prácticas educativas e incluso investigar cuales son las mayores dificultades de su aprendizaje para empezar a corregir dichos errores.

Para la realización de éste trabajo de investigación se analizaron y se tuvieron en cuenta varios artículos y estudios realizados sobre competencias matemáticas que se deben adquirir en el transcurso de la básica y media como antecedentes que permitieron aclarar criterios frente a las dificultades en la adquisición de los procesos que se vivencia al desarrollar el pensamiento variacional, algunos de éstos fueron:

El trabajo de grado de la Maestría en Educación de la Universidad Libre, denominado “*Evaluación en matemáticas. Una propuesta basada en competencias para el Colegio de Bachillerato Patria*” (Agudelo & Aldana, 2016), parte de la pregunta ¿Qué características debe tener la evaluación con un enfoque competencial en matemáticas para mejorar el diseño y desarrollo de las prácticas evaluativas de los docentes del área en el Colegio de Bachillerato Patria (CBP)? y define como objetivo general, elaborar una propuesta de evaluación en matemáticas enfocada en las competencias, a partir de la caracterización de la perspectiva del grupo de docentes del área y sus diseños de evaluación. Es una investigación basada en el paradigma socio-crítico desde donde identifica el potencial para el cambio, visualizado en la estrategia de evaluación. Es así

como se describe la propuesta que permite elevar el nivel de competencias en los diseños de evaluación propuestos por los docentes.

El trabajo de tesis *“Fortalecimiento de las competencias lógico matemáticas, a través de Truth Table, como parte del requisito para el acceso a la educación superior para estudiantes de grado once, en la Institución Policarpa Salavarrieta Puerto Salgar, Cundinamarca”* (Becerra, 2018), es una investigación exploratoria y descriptiva que busca el fortalecimiento del pensamiento lógico matemático a partir de la resolución de problemas en situaciones cotidianas que conllevan a analizar, interpretar datos y a proponer soluciones con argumentos matemáticamente válidos, poniendo a prueba los pre saberes, y comprobar resultados de lógica proposicional por medio de Tecnologías de Información y la Comunicación - TIC (Simulador Truth Table), con miras a la preparación en educación superior . Después de aplicar el simulador, en la verificación de resultados de lógica proposicional, el 90% de los estudiantes aprendieron a utilizar la herramienta, así mismo el 65% de los estudiantes están de acuerdo en considerar que el uso de software educativo fortalece los aprendizajes, evidenciando dicha falencia, en donde solo el 4% tiene experiencia en programas de sistemas operativos en matemáticas. De lo anterior se puede deducir que el 43% de los estudiantes están motivados en participar en educación superior a distancia o virtual, siendo consecuentes en considerar que la educación en pocos años será enseñada en entornos virtuales de aprendizaje.

El trabajo *“La competencia de representación en el pensamiento variacional desde el concepto de función lineal en el marco de la ingeniería didáctica”* (Londoño & Aldana, 2013) muestra el desarrollo de la competencia matemática de representación en diversos registros, el gráfico, algebraico y numérico, desde el concepto de función

lineal; el interés del trabajo radica en que éste concepto es fundamental para el inicio del cálculo y se aborda desde grado noveno, utilizando la metodología de ingeniería didáctica pretendiendo buscar respuestas a la investigación, a explorar para llegar a las dificultades de interpretación y construcción del concepto de función lineal.

La tesis de Maestría en educación: “*Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno*” (Gómez, 2015) tuvo como objetivo realizar un análisis de las producciones escritas y verbales realizadas por estudiantes de grado noveno para abordar tareas asociadas al pensamiento variacional, pues la variación permite evidenciar los diferentes procesos de razonamiento; además es de mucha importancia que un individuo reconozca en diversas situaciones, lo que cambia, lo que permanece constante y los patrones que se presentan.

El trabajo “*Función racional en el desarrollo del pensamiento variacional*” (Noreña, 2013) muestra uno de los problemas en el aprendizaje del álgebra a los cuales se hace referencia se dan en el concepto de las funciones racionales cuando éstas son discontinuas (debido a que su denominador es cero), hecho que implica un comportamiento asintótico o de un abierto, lo cual genera confusión en los estudiantes debido al concepto que ellos han tenido previamente con el estudio de las funciones polinómicas, donde se entiende que el dominio es el conjunto de los números reales, y además son continuas. Este tipo de situaciones, presenta un fuerte cambio conceptual, que conlleva a revisar el concepto de dominio de la variable de las funciones racionales, los problemas concernientes al aprendizaje del álgebra en general, y de manera específica la dificultad de articular conceptos como dominio de una función, discontinuidad, comportamiento asintótico y expresiones algebraicas equivalentes, a fin de poder caracterizar las funciones racionales desde lo algebraico y lo gráfico.

Sobre competencias matemáticas se cuenta con el trabajo investigativo “*El desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales*” (Iñiguez, 2015), donde el autor sugiere estrategias para el desarrollo de las competencias, analizando las habilidades que se deben adquirir utilizando un plan de estudios basado en competencias, el uso de algunos ejemplos de actividades demuestran la posibilidad de desarrollar la competencia matemática desde el área de ciencias. Además considera que desde las clases experimentales se puede contribuir a alcanzar un suficiente nivel de competencia matemática que permita ayudar a la comprensión en la interpretación y en la realización de gráficas.

El trabajo de maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, denominado “*Aplicación de la ingeniería didáctica como metodología para favorecer el desarrollo de competencias a partir de los sistemas de ecuaciones lineales*” (García, 2014) muestra que es posible desarrollar en el estudiante las competencias comunicativas, de razonamiento y de resolución de problemas las cuales están estrechamente relacionadas con el componente numérico variacional en la solución de sistema de ecuaciones, ya que éstas propicien contextos reales, donde se realizan abstracciones, inferencias y formas de pensamiento lógico-matemático. De ésta manera el estudiante debe articular el aprendizaje algorítmico, con la solución de situaciones de su entorno, desde la particularidad de que sea él quien construya el concepto; cambiando el enfoque pedagógico tradicional donde el docente es el actor principal, por una pedagogía activa, donde el estudiante desarrolle competencias.

5. MARCO REFERENCIAL

5.1. MARCO CONTEXTUAL

La institución educativa Empresarial de Dosquebradas Risaralda, es de carácter oficial mixto, en la actualidad cuenta con mil quinientos estudiantes en dos jornadas, ofrece educación preescolar, básica primaria y secundaria y articulación con el servicio nacional de aprendizaje SENA, en media técnica.

Cuenta con una infraestructura que se divide en cuatro sedes, la central donde se desarrolla la básica secundaria y media y las otras sedes para preescolar y básica primaria. Tiene laboratorios de física y química, aulas especializadas de inglés, sistemas, salón de tics, cooperativa de estudiantes, espacio para la lectura recreativa, escenarios deportivos, sala de audiovisuales y múltiples proyectos institucionales como: día del no ruido, día de la mascota, english days, encarrétate con la lectura, tertulia cultural: comunagogía, semana de la lectura y la escritura en básica primaria, mi encuentro con la lectura, resolución de conflictos con la huerta escolar, la semana de la matemática, etc.

El plan de estudios contemplado en el proyecto educativo institucional, PEI, según la ley general de educación de Colombia, ley 115 de 1994, y por el decreto 1860 de 1994, correspondiéndole al área de matemáticas, comprendida, por aritmética, álgebra, trigonometría, cálculo, geometría y estadística; 4 horas semanales en la media, para el desarrollo de su malla curricular.

Los desempeños de los estudiantes demostrados en las pruebas externas, según el histórico institucional, y el rendimiento académico en el área de matemáticas,

específicamente en cálculo de grado once, denotan dificultades no solamente por los resultados que alcanza un grueso número de estudiantes en los niveles mínimo e inferior, y muy pocos el nivel suficiente y mucho menos el nivel superior, en la escala de medición del ICFES, hacen que los maestros y las directivas reflexionemos sobre las dificultades presentadas por los estudiantes y las caracterizaciones de las mismas, para llegar a proponer soluciones de orden de las metodologías y prácticas docentes.

5.2. MARCO TEÓRICO

Esta investigación, consiste en la identificación de las dificultades en la adquisición de las competencias básicas en matemáticas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos; enmarcada dentro de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau.

Para realizar la investigación y poder identificar las dificultades en la adquisición de las competencias básicas del pensamiento variacional en el estándar de las funciones principalmente la función racional, es necesario establecer un marco disciplinario que de sustento teórico, desde los conceptos de función, función racional, elementos de la función racional, finalizando con las competencias y los pensamientos que se desarrollan en el área de matemáticas.

5.2.1. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

El estudio de las matemáticas, para muchas personas, representan una dificultad no sólo desde lo conceptual, también en lo que tiene relación con el lenguaje matemático, su simbología, la resolución de problemas, a tal punto que se ha convertido en todo un desafío para innumerables personas. La dificultad parece residir en que “su aprendizaje

requiere la creación de significados abstractos, la codificación y decodificación de símbolos y la capacidad de hacer relaciones en el plano de lo posible” (Fundación Rubio, 2017) lo que hace que las matemáticas sean complejas y requieran el desarrollo de cierto nivel cognitivo.

No hay una única causa de los diferentes problemas matemáticos, sin embargo la Fundación Rubio (2017) señala como las más importantes, dada su recurrencia en los niños que están en la básica primaria, las siguientes.

- **Acalculia.** La alteración en las habilidades y procesamiento matemático por lesiones cerebrales. “un daño neurológico en la región parieto-occipital izquierda, señalando además que era el síndrome Gerstmann, junto con la agnosia digital, la ausencia de diferenciación entre derecha-izquierda y la disgrafía” (Aranda, Perez, & Sánchez, 2012, p. 20). Se califica como primaria cuando es un trastorno puro del cálculo sin afectación del lenguaje o razonamiento o secundaria cuando está asociada a alteraciones verbales, espacio-temporales o de razonamiento. Otros autores la tipifican de la siguiente manera:

Tipo 1. Acalculia resultante de alexia y agrafía para los números en la que se es incapaz de escribir o leer el número necesario para realizar el cálculo.

Tipo 2. Acalculia de tipo espacial: asociada con organización espacial dañada de números tales como incorrectas alineaciones de los dígitos.

Tipo 3. Anaritmética: consiste en una incapacidad para llevar a cabo procedimientos aritméticos a pesar de tener intactas las habilidades viso-

espaciales y las capacidades para leer y escribir números (Aranda, Pérez, & Sánchez, 2012, p. 20)

- **Discalculia.** Es una dificultad persistente de aprendizaje, manifestado con dificultades para comprender y realizar cálculos matemáticos. Parece que su causa es neurobiológica ya que algunos niños que la padecen presentan alteraciones en el funcionamiento de las áreas cerebrales encargadas de los aprendizajes matemáticos lo que hace que no aprendan las matemáticas igual que los otros niños. . En muchas ocasiones la discalculia está asociada a otros trastornos. Al respecto Gross- Tsur et al 1996, (citado por Fernández, 2009, p. 18) plantea que aproximadamente en el 25% de los casos la discalculia es comórbida con otras alteraciones del desarrollo; que está asociada a la dislexia en un 25%; un 26% de los casos se asocia al TDAH y que también se observan en diferentes alteraciones cromosómicas (fenilcetonuria, el síndrome de X frágil, y el síndrome de Turner.). Por su parte Kosci (1974, citado por Fundación Rubio, 2017), estableció seis tipos de discalculia.

- **Discalculia verbal:** dificultad para nombrar cantidades, números, para usar los términos y las relaciones.

- **Discalculia practognóstica:** dificultades para enumerar, comparar, o manipular objetos matemáticamente.

- **Discalculia léxica:** dificultades para leer símbolos matemáticos.

- **Discalculia gráfica:** dificultades para escribir símbolos matemáticos.

- **Discalculia ideognóstica:** las dificultades en la capacidad de hacer operaciones mentales y comprender conceptos matemáticos abstractos.

- **Discalculia operacional:** dificultades en operaciones y cálculos numéricos.

Las dificultades que se presentan obedeciendo a las áreas de desempeño matemático son:

NUMERACIÓN: En la asociación número-objetos, la concepción del número como la unión de las operaciones de clasificar y seriar, los fundamentos del sistema decimal, la escritura de los números debido a problemas espaciales o de lateralidad o la comprensión del valor posicional de las cifras.

CÁLCULO, Dificultad principal: la comprensión y la mecánica de las cuatro operaciones básicas. Los niños con problemas grafomotrices y perceptivos manifiestan escritura de números en espejo, comienzan las operaciones por la izquierda, restan a veces el número superior del inferior, no colocan bien los números,... Los niños con alteraciones de atención suelen equivocarse al calcular: ponen cualquier número, no terminan las operaciones,... Los niños con dificultades de memoria no dominan los automatismos del cálculo ni recuerdan las tablas.

ÁLGEBRA: Los alumnos no comprenden que las letras simbolizan números y que pueden tener un valor único o infinitos valores, no comprenden ni respetan el significado de los paréntesis.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: Hay niños con dificultades para comprender el texto. Los que tienen desorientación espacio-temporal, falta de

estructuración mental o atención inestable no ordenan bien las partes de un problema.

GEOMETRÍA GRÁFICAS: Presenta dificultad debido a la rigidez y abstracción de algunas nociones y a la dificultad terminológica. Muchos alumnos identifican una gráfica con el dibujo de una situación; no entienden que las gráficas muestran una relación de variables.

FRACCIONES LENGUAJE MATEMÁTICO: El concepto es difícil de entender, no asimilan la cantidad de vocabulario teórico, significado de los términos, legibilidad del texto, símbolos matemáticos. (Fernandez, 2009, p. 8)

Una persona con discalculia muestra insuficiencia en la experiencia matemática, tanto en enseñanza como en tiempo, difícil paso a los conceptos más abstractos antes de comprender los básicos, una actitud negativa y de indefensión hacia las matemáticas, intuición para el sentido numérico, utilización del concepto numérico basado en unidades, tanto para los números pequeños como para los grupos de números, su concepto numérico es poco dinámico, siempre se basa en las unidades, dificultad para encontrar los números en una línea por su falta de comprensión del espacio (Fernandez, 2009).

Como efectos emocionales de estas dificultades se encuentra la ansiedad, la frustración, la confusión, la falta de interés, la desmotivación, que llevan como consecuencia el fracaso escolar.

Es fácil detectar que un estudiante tiene dificultades con el aprendizaje de las matemáticas: Se reconoce por su lentitud en dar respuestas a asuntos matemáticos, en la realización de tareas y el uso de contabilización tangible, pues tiene que usar los

dedos para contar, pues no logra hacer el cálculo mental. Tienen dificultades con las secuencias, por lo que se pierde al contar y al decir las tablas de multiplicar. Es difícil que recuerde todos los pasos de un proceso en la resolución de un problema. Les es difícil hablar sobre procesos matemáticos y cometen múltiples errores al enunciar problemas. Así mismo, prefiere el aprendizaje memorístico que de comprensión. Un niño con discalculia tiene dificultades en la organización espacial, por lo que es usual que confunda el 12 con el 21, por ejemplo, la F con el 7, no entiende la diferencia entre 6-2 y 2-6. Les resulta difícil decir la hora en un reloj analógico.

Pedagógicamente, frente estos déficit del aprendizaje matemático, es necesario pensar en el descubrimiento del conocimiento por parte del estudiante, tener en cuenta los estadios de desarrollo cognitivo. Al respecto Fernández (2009) aporta que:

La presentación de los contenidos lógico matemáticos ha de estar presidida por la secuenciación, la jerarquía del aprendizaje y la recurrencia (en espiral). Principio de primero la comprensión, después la mecanización o automatización. Las reglas, principios y/o generalizadores lógico – matemáticos serán contruidos inductivamente y aplicados deductivamente. Propiciar situaciones de aprendizaje que estimulen el conocimiento divergente (creativo). Facilitar aprendizajes a través de la interacción social. La motivación intrínseca se genera a través de situaciones problemáticas reales y significativas. Sacar partido de los errores del alumnado. (p. 50).

Como puede verse, el docente tiene un arduo trabajo de identificación y de intervención. Pero existen otras dificultades que están asociadas a situaciones propias del proceso de aprendizaje.

Es común que se den dificultades en el aprendizaje, cuando no se hace una identificación oportuna de los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje y sus causas para organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información. Las principales dificultades de este tipo, según Di Blasi Regner y Otros (2003, citado por Abrate, Pochulu, & Vargas, 2006, p.31) las agrupan en los siguientes tópicos:

Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos. Sobre todo con los signos matemáticos, dado que el lenguaje de la Matemática es muy preciso, es indispensable una interpretación exacta de sus signos. Este conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario, dentro del contexto matemático, es un conflicto de precisión.

Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático. Es una de las dificultades en el aprendizaje de la Matemática, el aspecto deductivo formal. Se encuentra una incapacidad para seguir un argumento lógico, lo que genera mayor dificultad en el aprendizaje de esta ciencia.

Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza. Tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de Matemática y con los métodos de enseñanza. La institución escolar pocas veces reduce las dificultades del aprendizaje de la Matemática desde los materiales curriculares, los recursos y los estilos de enseñanza. Los autores proponen que las principales dificultades en el currículo de Matemática son:

Las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno en esta ciencia, la necesidad de contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido y la naturaleza lógica de la Matemática escolar. Por último, los métodos de enseñanza deben estar ligados tanto a los elementos organizativos de la institución escolar, como a

la organización curricular. Varios son los aspectos a considerar, por ejemplo, el lenguaje, que debe adaptarse a las capacidades y comprensión de los alumnos; la secuenciación de las unidades de aprendizaje que debe estar adaptada a la lógica interna de la Matemática; el respeto a las individualidades que tiene que ver con los ritmos de trabajo en clase; los recursos y la representación adecuada. (Abrate, Pochulu, & Vargas, 2006, p. 32)

Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo. Poca información se tiene sobre los procesos de aprendizaje y el desarrollo intelectual que permita conocer el nivel de dificultades, realizaciones y respuestas a cuestiones esperadas de los alumnos.

Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales. Se sabe que a muchos estudiantes, independiente de sus capacidades, no les gusta la Matemática, experimentan tensión y miedo hacia ella, ya sea por la jerarquización que se le ha dado conocimiento matemático, la actitud de los profesores, los estilos de enseñanza, entre otros. Respecto a esto se dice que

Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia la Matemática están asociadas a la ansiedad y el miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación, etc, suelen generar bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos. (Abrate, Pochulu, & Vargas, 2006, p. 34)

5.2.2. Concepto de Función y tipo de funciones

Una función es una relación, una correspondencia o una asociación entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda (o ninguno), que llamamos imagen o transformado.

Una función matemática puede hacer referencia a un hecho real o a un proceso de lógica que se expresa como una dependencia; sirve aclarar que como toda función es una relación no toda relación es una función. A la función se le suele designar por f y a la imagen por $f(x)$, siendo x la variable independiente.

- variable independiente o entrada: la que se fija previamente.
- Variable dependiente: La que se deduce de la variable independiente, es decir depende exclusivamente de los valores que se le dan a x

Para cualquier función su representación gráfica mediante diagramas cartesianos permite la visualización, las funciones definidas a trozos, requieren de varias fórmulas, cada una de las cuales rige el comportamiento de la función en un cierto tramo.

El tema de las funciones en el área de matemáticas es abordada desde el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos y dentro de las múltiples funciones que se trabajan desde el pensamiento variacional y los estándares del área de matemáticas, se aborda la función racional.

Función racional: puede ser definida como propia e impropia:

Se llaman funciones racionales propias aquellas en las que el grado del polinomio del numerador es menor que el del denominador, $n < m$.

Y se llaman funciones racionales impropias aquellas en las que el grado del polinomio del numerador es mayor o igual que el del denominador, $n \geq m$.

Una función racional tiene la forma:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

Asíntotas horizontal, vertical y oblicua. Una asíntota de la gráfica de una función es una recta a la que se aproxima continuamente la gráfica de dicha función; es decir que la distancia entre las dos tiende a ser cero, a medida que ésta se extienden indefinidamente.

En una función hay asíntota vertical que es paralela al eje y en $x = k$ si se cumple que,

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = \pm \infty$$

En toda representación gráfica de una función racional la existencia de las asíntotas juega un papel muy importante, para hallarlas suelen utilizarse métodos algorítmicos que no precisan del análisis matemático, pero sí permiten acercarse a la definición de límite de función.

En una función racional se pueden trazar más de una asíntota vertical, pero solo una que sea horizontal u oblicua (es decir que si tiene asíntota horizontal entonces no puede tener asíntota oblicua).

Una de las formas de obtener asíntotas verticales es a través de determinar el dominio de la función racional presentada, el cual determina de manera precisa la o las asíntotas de la función, el otro proceso es con la división de polinomios que proporciona las asíntotas horizontales u oblicuas.

Sea:

$$\frac{A(x)}{B(x)} = \frac{a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

Teniendo en cuenta lo siguiente:

Si $m < n$, hay una asíntota horizontal de ecuación: $y = 0$.

Si $m = n$, hay una asíntota horizontal de ecuación: $y = a_m/b_n$ (el cociente de los coeficientes principales).

Si $m > n$, no hay asíntota horizontal; si el grado del numerador es exactamente uno más que el denominador, hay una asíntota oblicua, y su ecuación viene dada por el cociente de la división de los polinomios

Aplicaciones de la función racional. En algunos campos de análisis numérico la función racional cumple un papel importante como lo es el de interpolar o aproximar los resultados de otras funciones más complejas ya que permiten ser representadas en medios virtuales para analizar sus comportamientos.

5.2.3. Teoría de las situaciones didácticas

Esta teoría se basa en la concepción constructivista del aprendizaje, donde el alumno aprende interactuando con el medio entre contradicciones, dificultades y desequilibrios como sucede en la vida cotidiana, el saber que se adquiere se construye como resultado de la adaptación del que aprende y las respuestas nuevas y soluciones a los problemas que se afrontan en la realidad los cuales confirman el aprendizaje.

Según Brousseau (1999, citado por Sadovsky, 2015), una “situación” es un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable, algunas de las situaciones requieren de unos saberes adquiridos con anterioridad es decir conocimientos y esquemas necesarios que le permitirían al sujeto como posibilidad construir otros conocimientos nuevos en otro proceso.

El maestro debe propiciar momentos de aprendizaje basados en situaciones matemáticas que el estudiante pueda experimentar y en las cuales el conocimiento surja como una solución. Por ello surgen situaciones a-didácticas y situaciones didácticas que se explican así:

Situación a-didáctica: Se da cuando al estudiante se le plantea un problema, de su medio real el cual fuerza al alumno a utilizar sus conocimientos para crear formulaciones, conjeturas e iniciativas. Para nuestra investigación hemos iniciado utilizando el concepto de situación “a-didáctica” que es “una situación donde se pone en práctica los conocimientos previos o pre-saberes que se pretenden evidenciar, donde el estudiante tome decisiones o resuelve una situación problematizadora sin la intervención del maestro, ni recursos, ni instrumentos, ni objetos ajenos a su conocimiento” (Brousseau, 1986, p. 5). Para el diseño metodológico planteado en este trabajo, sería el test pos test.

Situación didáctica. La situación didáctica tiene la intención de que alguien aprenda algo, como en este caso, la adquisición de las competencias básicas en matemáticas que le posibiliten enfrentar cualquier situación problemática intencionada en cualquier nivel de escolaridad, es decir con las herramientas necesarias para abordar cualquier reto donde el estudiante demuestre y de fe de la adquisición de las competencias.

Lo anterior desarrolla el concepto de situación didáctica como un conjunto de relaciones establecidas entre un estudiante o un grupo de estudiantes, el medio o escenario que contiene instrumentos pedagógicos, objetos y el representante del sistema educativo, es decir el maestro que tiene como objetivo la apropiación de un

conocimiento ya elaborado o en vía de construcción, además de proporcionar el medio didáctico donde el estudiante construya su conocimiento.

Según Brousseau (1998, Citado por Muñoz, 2012), existen situaciones didácticas de diversos tipos:

- Acción, en donde el alumno explora y trata de resolver problemas; como consecuencia construirá o adquirirá nuevos conocimientos matemáticos; las situaciones de acción deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos, para que deseen resolverlos; deben ofrecer la oportunidad de investigar por sí mismos posibles soluciones, bien individualmente o en pequeños grupos.
- Formulación/Comunicación, cuando el alumno pone por escrito sus soluciones y las comunica a otros niños o al profesor; esto le permite ejercitar el lenguaje matemático.
- Validación, donde debe probar que sus soluciones son correctas y desarrollar su capacidad de argumentación.
- Institucionalización, donde se pone en común lo aprendido, se fijan y comparten las definiciones y las maneras de expresar las propiedades matemáticas estudiadas. (Muñoz, 2012, p. 29)

Según Hernandez & Gaviria, (2014), las situaciones didácticas permiten que el estudiante participe activamente y conscientemente en la construcción del saber matemático, de una manera recreativa y estimulante; donde la exploración y la

búsqueda de soluciones a problemas contextualizados fomenten un interés mayor por el aprendizaje de las matemáticas.

A continuación se muestra un infograma que recoge la teoría de las situaciones didácticas.

TEORIA DE LAS SITUACIONES DIDACTICAS



AUTOR

Guy Brousseau, propone un modelo de enseñanza centrado en la producción de conocimientos matemáticos. Recurre a las hipótesis de Jean Piaget (epistemología genética) como marco para modelizar la producción de conocimientos. Sostiene al mismo tiempo que el conocimiento matemático se construyen a partir de reconocer, abordar y resolver problemas.

SITUACIÓN DIDÁCTICA

Se define como las interacciones entre el alumno y el docente, el alumno de cierta manera hace lo que el docente le dijo entre líneas.



SITUACIÓN A-DIDÁCTICA

Son las interacciones entre el alumno y el medio (problemas). Aquí ya no existe intervención del docente así el alumno aprenderá a ser frente a la realidad.

FASES

El estudiante trabaja individualmente con un problema, aplica sus conocimientos previos y desarrolla un determinado saber. Interactúa con el medio didáctico..

INICIAL

Trabajo en grupo. Se requiere la comunicación de los estudiantes. Comparten experiencias en la construcción del conocimiento.

FORMULACIÓN

Se pone a juicio el producto obtenido. Se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorar si realmente es correcto..

VALIDACIÓN

Se sacan conclusiones a partir de lo producido por los alumnos. Se debe vincular lo que se produjo para establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural.

5.2.4. Noción de competencias.

Desde décadas atrás investigadores educativos vienen haciéndose interrogantes sobre la manera de aportar a la educación actual y a la forma en que los estudiantes deben abordar el aprendizaje de las ciencias y en particular el aprendizaje de las matemáticas.

Para la formación de estudiantes, la matemática como ciencia indispensable, debe hacer su aporte, además de brindar las herramientas para enfrentar los nuevos retos que la cotidianidad le demanda, asumir las nuevas tecnologías y prepararse para el desarrollo de una sociedad cambiante que le exige cada vez más una preparación para asumir retos, desafíos y metas, buscando acortar la distancia que separa la escuela de las situaciones sociales y el ámbito laboral; aunque esta orientación actualmente ha ido cambiando, pues no solo deben propiciar la preparación laboral, sino también los ámbitos personales.

El origen del término competencia, como lo presenta De Zubiría (2006, pág. 69), se encuentra en Aristóteles, quien hizo la distinción entre ser en acto y en potencia, lo que se conoció más adelante como competencia. Pero fue más adelante con Chomsky cuando se comienza a hablar de una cultura cognoscitiva, para concebir la competencia como una capacidad y disposición para la actuación y la interpretación, haciendo la distinción entre Competencias y actuaciones lingüísticas, fue así como se comienzan a construir las teorías en opción al conductismo.

Otra definición apunta que la competencia es “la capacidad adaptativa, cognitiva y conductual para responder adecuadamente a las demandas que se presentan en el entorno. Es un saber pensar para poder hacer frente a lo que se necesita” (Frade, 2009, pág. 26), una visión muy pragmática, mientras otra teoría expone que las competencias

“son actuaciones integrales ante actividades y problemas del contexto, con idoneidad y compromiso ético, integrando el saber ser, el saber hacer y el saber conocer en una perspectiva de mejora continua”. (Tobon, Pimienta, & García, 2010, p. 11).

En lo que hace relación específicamente a las competencias matemáticas, según el Ministerio de Educación Nacional, cuando se habla del término competencias matemáticas, este hace referencia a un saber hacer flexible donde se relaciona conocimientos matemáticos, habilidades, valores y actitudes los cuales permiten formular, resolver problemas de aplicación, modelar, comunicar, razonar, comparar y ejercitar procedimientos para facilitar un desempeño flexible, eficaz y con sentido en un contexto determinado.

El término “ser matemáticamente competente” está relacionado precisamente con una de las finalidades en la educación matemática de todos los niveles y con la interiorización de un modelo epistemológico de las matemáticas. La adopción de ésta terminología es coherente para dar sentido a la expresión ser matemáticamente competente.

Otra de las definiciones del ministerio sobre competencias matemáticas es que éstas no se dan por generación espontánea, sino que por el contrario requieren de ambientes de aprendizaje donde las situaciones problema sean significativas y comprensivas y que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos; en cuyas soluciones surjan técnicas, reglas y procesos que ameritan justificaciones; ésta noción está estrechamente relacionada con el saber que, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo.

Por lo que la precisión de estas expresiones vincula la noción de competencia tanto al hacer cómo al comprender.

Si bien es cierto que para afrontar los retos que la sociedad nos impone, se valora el saber en acción o saber procedimental, también es cierto que la posibilidad de la acción con carácter flexible y adaptable le implica estar acompañada de comprender qué y por qué se hace y de las disposiciones y actitudes necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y percibir las ocasiones de hacerlo; éstas argumentaciones permiten precisar algunos procesos generales presentes en toda la actividad matemática que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente. Niss, (2003, citado por Iñiguez, 2015, p. 118) muestra ocho competencias matemáticas en la siguiente tabla:

Tabla 1. Competencias Matemáticas y pensamientos según competencias según Niss 2003

Competencias involucradas en preguntar y responder sobre las matemáticas y a través de las matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> -Pensar matemáticamente. -Plantear y resolver problemas matemáticos. -Saber construir modelos matemáticamente. -Razonar matemáticamente.
Comprensión de entidades matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> -Representación de entidades matemáticas. -Manejo de símbolos matemáticos y formalismos. -Comunicación en, con y acerca de las matemáticas. -Uso de recursos y herramientas.

Fuente: (Iñiguez, 2015, p. 118)

Pensar matemáticamente implica poder aplicar en nuestra vida diaria el pensamiento cuantitativo y lógico, es decir, conocer las preguntas propias de las matemáticas y conocer los tipos de respuesta que las matemáticas pueden ofrecer. Un ejemplo concreto de esta capacidad sería cómo pensar matemáticamente sobre estadística (como los datos aparecidos en medios de comunicación, tales como

balances económicos o resultados electorales). El planteamiento y la resolución de problemas implican identificar, plantear y especificar diferentes tipos de problemas matemáticos. Con frecuencia, los problemas matemáticos que se proponen en los libros de texto no exigen que el alumnado formule ningún tipo de representación previa para resolverlos, pudiendo ser resueltos de forma automática a partir de la detección de palabras clave en el texto y aplicando estrategias de cálculo conocidas (Jimenez & Pineda, 2012). Por otra parte, proponer problemas lo más cercanos a la vida real facilita el desarrollo de la competencia matemática, ya que, en definitiva, resolver problemas es una actividad presente en nuestra vida diaria.

Saber construir modelos matemáticamente es una competencia matemática que se refiere a la capacidad de ir del mundo real al modelo y del modelo al mundo real, obteniendo e interpretando los resultados. Esto conlleva el análisis de los modelos ya existentes y realizar actividades de modelización en un contexto determinado (Pollack, 1997, citado por Iñiguez, 2015). Razonar matemáticamente va unido a la necesidad de construir adecuadamente los conceptos, siendo conscientes de que las demostraciones no sólo son propias de las matemáticas sino que son propias de muchos aspectos de la vida. Se trata de ser riguroso en los argumentos y no admitir informaciones o declaraciones que no estén avaladas por las correspondientes demostraciones, además de descubrir las ideas básicas en una línea argumental y concebir formal e informalmente argumentos matemáticos y transformar argumentos heurísticos en demostraciones válidas. Representación de entidades matemáticas implica la capacidad de comprender y utilizar diferentes clases de representación de objetos matemáticos, como la comprensión de tablas, gráficas, mapas de situaciones o incluso un horario de trenes

El manejo de símbolos matemáticos y formalismos forma parte del lenguaje actual, no únicamente matemático, sino a todos los niveles, como el utilizado, por ejemplo, en los teléfonos móviles. Sin embargo, el uso adecuado de la simbología no debe suponer dificultades para la resolución de un determinado problema. Se deriva la capacidad de traducir lenguaje natural al lenguaje formal y simbólico y poder manipular expresiones que contengan símbolos y fórmulas. Comunicación en, con y acerca de las matemáticas se asocia a la capacidad de comprender mensajes orales, escritos o visuales que contengan contenido matemático y expresar las cuestiones planteadas oralmente, visualmente o por escrito, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica. Esta capacidad está estrechamente relacionada con la adquisición de un nivel suficiente de competencia comunicativa, ya que disponer de una buena capacidad de comunicar en temas cuantitativos formaría parte de la alfabetización matemática. El uso de recursos y herramientas implica el correcto uso de materiales, aplicaciones informáticas y aparatos tecnológicos útiles para la actividad matemática.

Por otra parte, según la OCDE, competencia como algo más que un conocimiento o una destreza, para enfrentar demandas complejas haciendo uso de situaciones psicosociales; un ejemplo de esto es el uso y manejo del lenguaje para adquirir una habilidad en la comunicación y la oratoria.

5.2.5. El currículo en matemática

Según los lineamientos curriculares en matemática propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, la estructura curricular está compuesta de procesos generales, conocimientos básicos y contexto:

Procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. I Conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas. El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas. Exige cuidadosa atención. (Ministerio de Educacion Nacional, 1998)

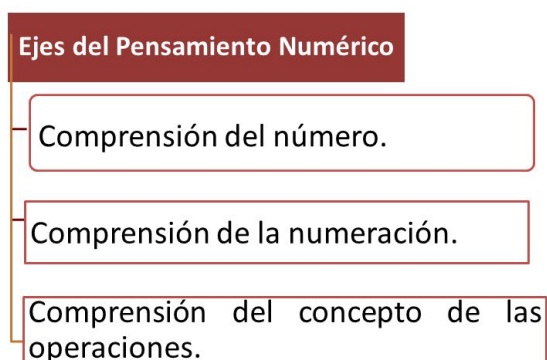
Los estándares de matemáticas que se describirán a continuación tienen en cuenta tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática:

- Planteamiento y resolución de problemas
- Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración)
- Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa).

Los estándares están organizados en cinco tipos de pensamiento matemático:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos. El pensamiento numérico es aquel pensamiento que comprende los números y sus múltiples relaciones, reconoce las magnitudes relativas de los números y el efecto de las relaciones entre ellos y desarrollan puntos de referencia para cantidades y medidas junto con la habilidad y la

inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. Este pensamiento se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los niños tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos. Según Delgado (2012), al pensamiento numérico lo soporta el sistema numérico, que lo conforma un conjunto de símbolos y reglas de generación que permiten construir todos los números válidos. Ayuda a la comprensión profunda y fundamental del conteo, del concepto de número y de las relaciones aritméticas como también los sistemas numéricos y sus estructuras. La siguiente imagen presenta los ejes del pensamiento numérico.



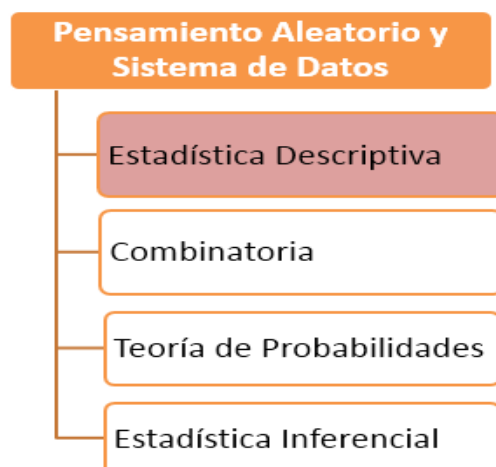
Pensamiento espacial y geométrico: Según el MEN (1998), es el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales. Es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios.

En el estudio de la geometría, los estudiantes aprenden acerca de las formas geométricas y sus estructuras y como analizar características y relaciones. La

visualización espacial atendida como la construcción y la manipulación de representaciones mentales de objetos de dos o tres dimensiones y la percepción de los objetos desde diferentes perspectivas, es un aspecto muy importante de ese pensamiento que según la siguiente imagen cuenta con los siguientes componentes:



Pensamiento aleatorio y sistemas de datos: Según Colombia aprende (2004) son situaciones susceptibles de análisis a través de recolección sistemática y organizada de datos. Ordenación y presentación de la información. Gráficos y su interpretación. Métodos estadísticos de análisis. Nociones de probabilidad. Relación de la aleatoriedad con el azar y noción del azar como opuesto a lo deducible, como un patrón que explica los sucesos que no son predecibles o de los que no se conoce la causa. Ejemplos en situaciones reales. Tendencias, predicciones, conjeturas. La siguiente imagen presenta los ejes del pensamiento aleatorio y de sistema de datos



Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos: Procesos de cambio. Concepto de variable. El álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio. Relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas. Modelos matemáticos. A continuación se muestran los elementos fundamentales de este pensamiento.

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALITICOS

Tiene que ver con:

El reconocimiento, la percepción, la identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos.

Así como:

La descripción, la modelación y la representación en distintos sistemas ó registros simbólicos (verbales, icónicos, gráficos ó algebraicos)

♥ Papel del P-variacional

-resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio.

-modelación de los procesos de la vida cotidiana en cualquier ciencia.

♥ Relación con los otros pensamientos

Requiere de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas: numérico, geométrico, de medida y de datos.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas: La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hace que éstos

encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas.

Actividades de la vida diaria relacionadas con las compras en el supermercado, con la cocina, con los deportes, con la lectura de mapas, con la construcción, etc., acercan a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas. La desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica.

También se afirma que:

En las escuelas actuales, gran parte de lo que se aprende sobre medición es de naturaleza puramente incidental. Los conceptos de medida aparecen en situaciones cuyo propósito es enseñar y aprender sobre el número. Se supone que la medida es intuitiva y está lo suficientemente poseída y comprendida por los estudiantes como para servir de marco intuitivo en cuyo seno explicar las operaciones aritméticas. Tal presunción ha de ser puesta en tela de juicio. Además, la naturaleza de la forma en que los niños aprenden a medir y se valen de medidas en el contexto de esta transferencia exige cuidadosa atención. (Ministerio de Educación Nacional, 1998)



5.2.6 Secuencia didáctica

Se trata de dar un orden lógico y claro de lo que se pretende trabajar, distribuyendo en cada clase los contenidos que se quieren abordar; se establecen cuáles serían los materiales a usar, el ambiente de aprendizaje, la metodología.

Debido a que todo proceso de enseñanza y de aprendizaje requiere de unas actividades didácticas debidamente organizadas, con fines claros y objetivos bien trazados, se requiere que el docente vaya coleccionando experiencias en relación a la planificación docente. A eso se refiere la secuencia didáctica, a un ramillete de estrategias que permitan el aprendizaje de los estudiantes desde lo más simple hasta lo más complejo, de tal manera que desde una secuencia didáctica tanto docente como estudiante pueden servirse de actividades de exploración o de explicitación inicial, de

introducción de conceptos y/o procedimientos, de modelización, actividades de estructuración del conocimiento, de aplicación y obviamente de evaluación.

Como la secuencia didáctica responde los procesos, es normal que se piense que “organizar una secuencia didáctica supone respetar las etapas en la adquisición de los conocimientos y verificar constantemente la marcha de ese proceso” (Ochoa & García, 2012, p. 206)

En el área de matemáticas, la secuencia didáctica debe ayudar al docente en la planeación y ejecución de las clases y se espera que potencialice cada uno de los pensamientos antes descritos, siempre buscando que los estudiantes tengan experiencias que les permitan dar sentido y significado a los diferentes aspectos del mundo y que además les permita desarrollar las habilidades que se usan en los procesos de construcción del saber permitiendo actuaciones como preguntar, predecir, observar, interpretar, comunicar y reflexionar. (Ministerio de Educacion Nacional , 2013).

El tema integrador de una secuencia didáctica debe tener como características esenciales que sea producto de los intereses de los estudiantes, que si mismo se permita relacionar tales intereses con las exigencias y los retos sociales, regionales, nacionales y mundiales, que hagan parte de la vida cotidiana y permita relacionar esa cotidianidad con los conocimientos científicos y técnicos que se adquieren , que se transversalicen con temas de otra asignatura, tanto desde los contenidos procedimentales como los axiológicos , entre otros criterios.

CARACTERÍSTICAS ESENCIALES DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS

“

Una secuencia didáctica es un grupo de actividades creadas y organizadas en orden para alcanzar un objetivo. Esto significa que cada actividad tiene propósito propio, pero trabajan juntas para alcanzar un objetivo mayor.

”

1. Debe poner a prueba los conocimientos previos de los estudiantes y adaptarse al nivel de sus conocimientos.



2. Los contenidos necesitan ser significativos y desafiantes para los estudiantes.



3. Debe promover la actividad mental y la construcción de nuevos conceptos.



4. Debe promover el pensamiento autónomo y metacognitivo.



5. Contribuye a desarrollar conocimientos, habilidades, aptitudes y actitudes aplicables en la vida real.



6. METODOLOGÍA

6.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación es de tipo cuantitativa, evaluativa, ya que responde a “La aplicación sistemática de los procedimientos de investigación social para la evaluación de la conceptualización, el diseño, la implantación y la utilidad de los programas de intervención social (mejora de programas)” (Cabrero & Martinez, 2001), en este caso, el análisis de la disminución en el nivel educativo en el área de matemáticas y la puesta en marcha de una estrategia como lo es la implementación de una secuencia didáctica en el aula, para fortalecer los distintos pensamientos matemáticos. El impacto en el refuerzo de las competencias matemáticas en grado 11-C es lo que se pretende estudiar; el análisis se realizará mediante aplicación de talleres y el desempeño académico antes y después de implementada la secuencia didáctica.

6.2. VARIABLES

Las variables del proyecto son independientes moderadoras o dependientes controladas teniendo en cuenta las siguientes acciones:

Tipo de Variables: variable independiente moderadora. Diseño curricular del área y material de apoyo de los programas educativos, teniendo en cuenta: nivel de competencias en matemática. (Rúbrica de evaluación) Plan de área, plan de estudios, evaluación por período, actividades propuestas y uso de los programas educativos.

Tipo de Variables: variable dependiente controlada Desempeño académico de los estudiantes (variable dependiente controlada), en esta variable se analizan y se comparan los resultados de las pruebas SABER internas de los estudiantes de grado 11-C haciendo uso de la propuesta pedagógica.

6.3. HIPÓTESIS

- El incorporar estrategias como una secuencia didáctica en el trabajo de aula, mejorará el rendimiento académico de los estudiantes del grado 11-C en el área de matemáticas, al potencializar los componentes del pensamiento matemático.
- El empleo de una secuencia didáctica en la enseñanza de matemáticas despertará el interés en los estudiantes de grado 11 –C, optimizando los indicadores de desempeño.
- Los estudiantes serán protagonistas de su aprendizaje, promoviendo el empoderamiento de su conocimiento.
- El éxito dependerá de lo acertado de la implementación de la propuesta pedagógica, para potenciar los niveles de competencia de los estudiantes en matemática.

6.4. POBLACIÓN Y MUESTRA

La población la constituyen 320 estudiantes de la media académica de la Institución Educativa Empresarial, un colegio de carácter público, de calendario A,

ubicado en el municipio de Dosquebradas, de género mixto y carácter académico técnico.

La muestra está dada por 31 estudiantes: 15 hombres y 16 mujeres, entre 16 y 19 años de edad, del grupo 11-C, donde hay una mayor pérdida académica de la asignatura.

6.5 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

ENCUESTA a los estudiantes de grado 11- C (Anexo 1) en el cual se determinen aspectos como: el gusto por la asignatura, empatía con el docente, conocimientos previos, entendimiento de temas nuevos, uso de TICS y de estrategias para el mejoramiento académico en el aula. La encuesta es de selecciona múltiple con única respuesta, dividida en los siguientes ítems:

- Percepción de los estudiantes sobre su profesor.
- Satisfacción hacia el estudio de las matemáticas.
- Metodología y didáctica.
- Apoyo institucional y familiar al aprendizaje de las matemáticas.

RESULTADOS HISTÓRICOS ICFES PRUEBA SABER 11 DE 2016 A 2018 Se analizan con estos resultados del índice sintético de calidad en matemática, el porcentaje de estudiantes por nivel de desempeño, los puntajes promedio en los últimos tres años y la cantidad de respuestas incorrectas que contestan los estudiantes en cada uno de los aprendizajes evaluados.

PRUEBA DIAGNÓSTICA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS. Con el instrumento tipo taller (Anexo 2), para especificar los conocimientos previos sobre la función racional.

PRUEBA FINAL DESPUÉS DE APLICADA LA SECUENCIA DIDÁCTICA con el mismo instrumento anterior para conocer el avance de los estudiantes una vez aplicada la estrategia de secuencia didáctica.

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

7.1. DIAGNÓSTICO

Para desarrollar el primer objetivo de esta indagación, que es la etapa de diagnóstico, se tomará la encuesta a estudiantes, los resultados históricos del ICFES y el resultado de la aplicación del taller.

7.1.1. Resultado de la encuesta a estudiantes

Como se sabe la encuesta consta de 4 ítems generales con sus respectivas preguntas en una escala tipo Likert. Los resultados son los siguientes:

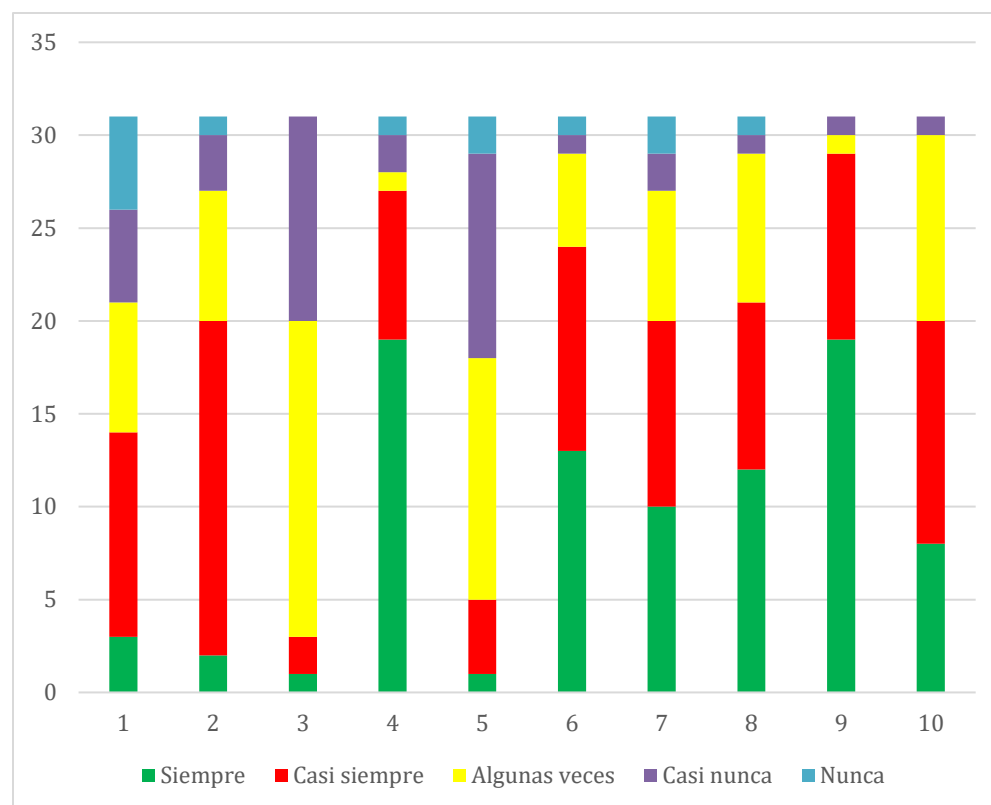
Tabla 2. Resultados encuesta. Ítem A Percepción de los estudiantes sobre su profesor

A. PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES SOBRE SU PROFESORA					
Pregunta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1.El profesor me motiva para que estudie más matemáticas	3	11	7	5	5
2.El profesor me aconseja y me enseña a estudiar	2	18	7	3	1
3.Me siento a gusto en clase de matemáticas	1	2	17	11	0
4.El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas	19	8	1	2	1
5.Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio	1	4	13	11	2

6.El profesor me hace sentir que puedo ser bueno en su clase	13	11	5	1	1
7.El profesor tiene en cuenta los intereses de los estudiantes	10	10	7	2	2
8.Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas	12	9	8	1	1
9.Después de cada evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas	19	10	1	1	0
10. En general, las clases son participativas	8	12	10	1	0

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 1. Resultados encuesta. Ítem A Percepción de los estudiantes sobre su profesor



Fuente: Elaboración propia

Como puede apreciarse, la relación que tienen los estudiantes con su profesor de matemática y la percepción que tienen de él es muy favorable, lo que garantiza una posibilidad de mejorar substancialmente en sus desempeños. Esto obedece a las 10 familias de competencias que debe tener un docente de matemática:

1. Organizar y animar situaciones de aprendizaje.
2. Gestionar la progresión de los aprendizajes.

3. Elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación.
4. Implicar a los alumnos en sus aprendizajes y en su trabajo.
5. Trabajar en equipo.
6. Participar en la gestión de la escuela.
7. Informar e implicar a los padres.
8. Utilizar las nuevas tecnologías.
9. Afrontar los deberes y los dilemas éticos de la profesión.
10. Organizar la propia formación continua. (Perrenoud, 2004, pág. 19)

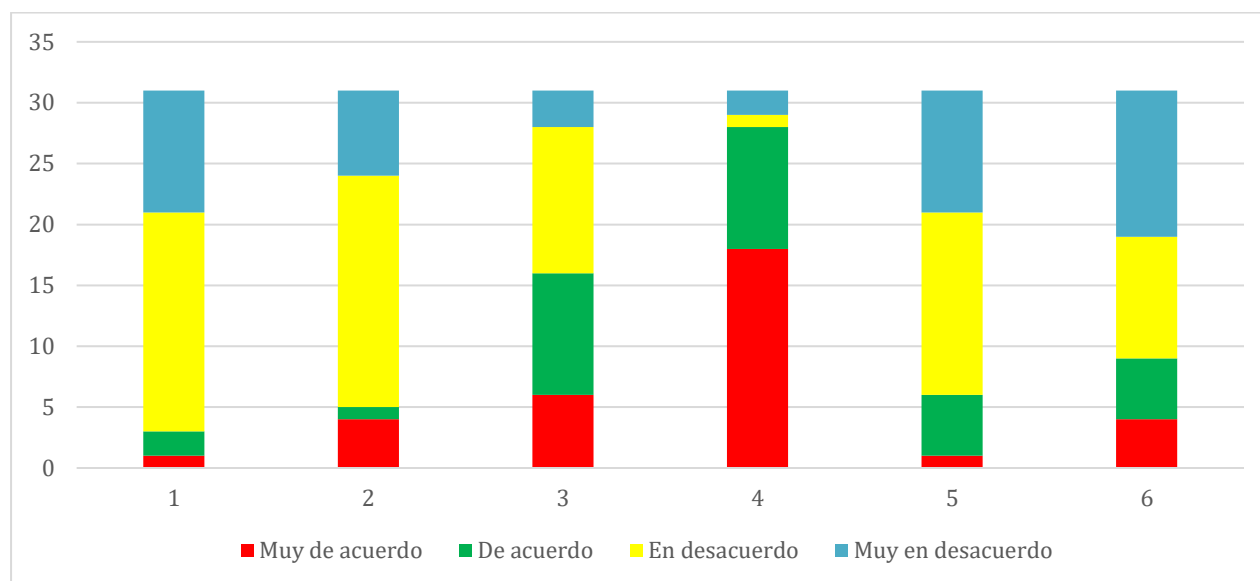
El segundo ítem de la encuesta arrojó los siguientes resultados:

Tabla 3. Resultado encuesta ítem satisfacción hacia el estudio de las matemáticas

SATISFACCIÓN HACIA EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS				
Pregunta	Muy de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
1. Las matemáticas serán importantes para mi futuro	1	2	18	10
2. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana	4	1	19	7
3. Entiendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa	6	10	12	3
4. En años anteriores me gustaban más las matemáticas	18	10	1	2
5. Espero utilizar las matemáticas cuando termine de estudiar	1	5	15	10
6. Soy bueno en matemáticas	4	5	10	12

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 2. Resultado encuesta ítem satisfacción hacia el estudio de las matemáticas



Fuente: Elaboración propia

Los resultados muestran en general cierto desagrado por la asignatura de matemática entre los estudiantes encuestados, están en desacuerdo sobre la importancia que tienen para su futuro, sobre que sean útiles para la vida cotidiana, están de acuerdo en que las matemáticas eran de más agrado en años anteriores, muchos están en desacuerdo con que vayan a utilizar las matemáticas cuando terminen de estudiar y muchos otros no creen ser buenos en matemáticas. Estas cosas se contrastan con la teoría de Hidalgo, Maroto y Palacios (2005, citado por Cardoso, Cerecedo, & Ramos, 2012), los cuales encontraron en sus investigaciones que “cuando los alumnos inician el primer grado de primaria, el 87% tienen un gran agrado ante la resolución de problemas matemáticos, pero a medida que avanzan en su trayecto formativo, dicho gusto por esta disciplina va disminuyendo de forma gradual” (Cardoso, Cerecedo, & Ramos, 2012, p. 82). Hay que tener en cuenta todos estos aspectos preguntados en la encuesta pues se sabe que la parte emocional tiene estrecha relación con el aprendizaje de una

asignatura, como lo plantea Martino (2002) quien precisa que “las emociones se convierten en serios obstáculos para desplegar, de manera normal, la capacidad de aprende” (Cardoso, Cerecedo, & Ramos, 2012, p. 83).

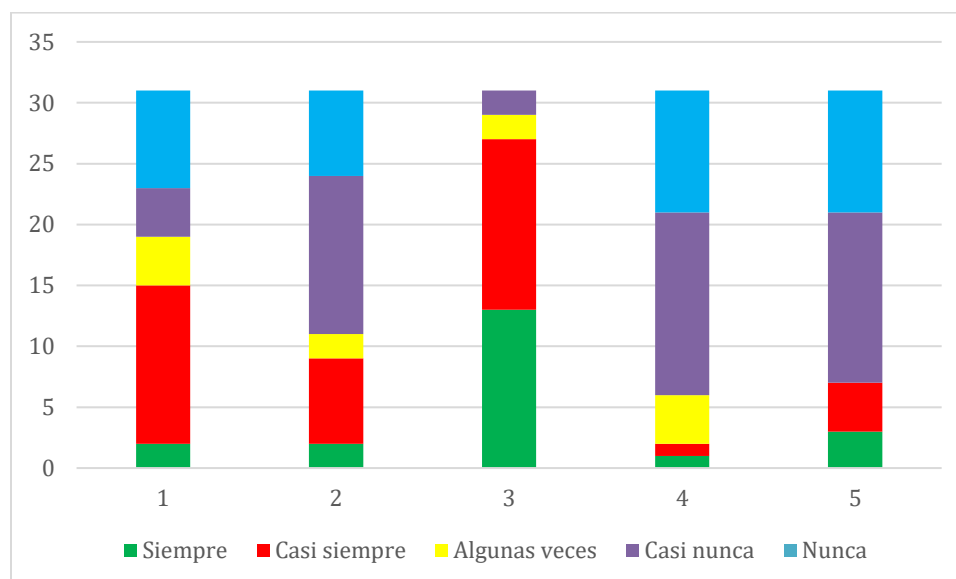
El ítem relacionado con la metodología y la didáctica tuvo los siguientes resultados entre los encuestados:

Tabla 4. Respuesta encuesta ítem metodología y didáctica

METODOLOGÍA Y DIDÁCTICA					
Pregunta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1. Las clases de matemáticas son planeadas cuidadosamente	2	13	4	4	8
2. las explicaciones y actividades en el aula de clases toman ejemplos de lo cotidiano	2	7	2	13	7
3. Resuelvo con facilidad los problemas matemáticos explicados por el profesor cuando toma asuntos de mi interés personal	13	14	2	2	0
4. Utiliza el profesor materiales de apoyo para sus clases	1	1	4	15	10
5. Los ejercicios en clase son suficientes para entender los temas	3	4	0	14	10

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 3. Respuesta encuesta ítem metodología y didáctica



Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes tienen una percepción negativa frente a la metodología y la didáctica implementada en su clase de matemática. Al respecto se dice que:

Cuando el papel del estudiante en el aula es el de un mero espectador y el profesor se limita a presentar conocimientos, los cuales el alumno debe reproducir, y con ellos resolver ejercicios y problemas hace que el alumno considere los problemas o ejercicios como situaciones que deben ser resueltas aplicando reglas, dogmas o aplicaciones, no como la reformulación de un saber (Heras, 2017, p. 8).

Cuando las matemáticas deberían ser toda una aventura, un disfrute, un reto, siempre que se muestre el obstáculo como un acto de aprendizaje y al error como la mejor excusa para fortalecer la creatividad en la búsqueda de alternativas y estrategias de solución.

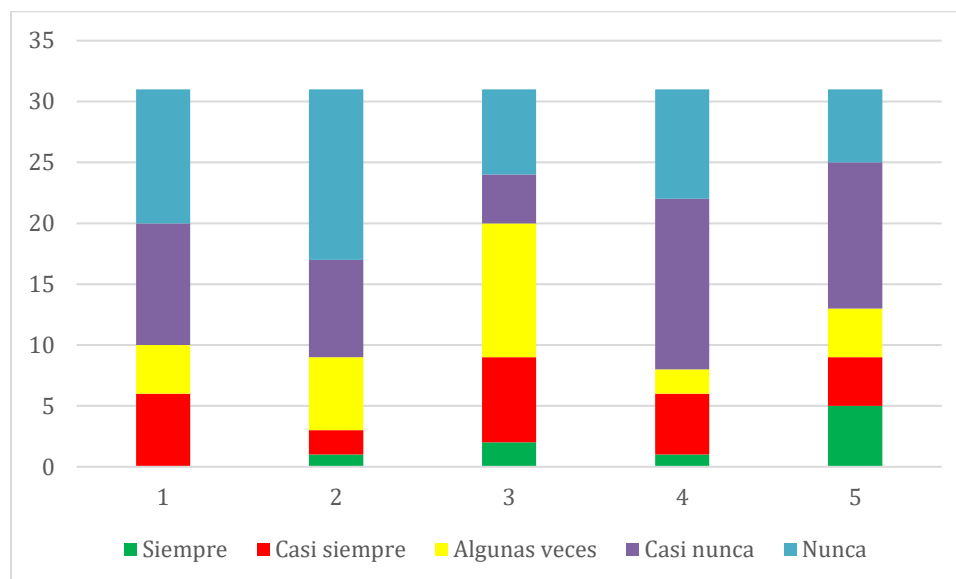
El último ítem de la encuesta arrojó los siguientes resultados:

Tabla 5. Respuesta al ítem apoyo institucional y familiar al aprendizaje de las matemáticas

APOYO INSTITUCIONAL Y FAMILIAR AL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS					
Pregunta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1. Hay en la institución materiales de apoyo que faciliten el aprendizaje de las matemáticas	0	6	4	10	11
2. Me ayudan mis familiares a realizar las tareas y trabajos dejados por el profesor de matemáticas	1	2	6	8	14
3. Me siento conforme con la cantidad de horas que dedica la institución para las clases de matemáticas	2	7	11	4	7
4. Mis padres saben resolver ejercicios matemáticos	1	5	2	14	9
5. Con frecuencia preguntan mis padres al profesor de matemáticas como voy en su área	5	4	4	12	6

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4. Respuesta al ítem apoyo institucional y familiar al aprendizaje de las matemáticas



Fuente: Elaboración propia

Inexistente o invisibilizado el material de apoyo en la institución para la clase de matemáticas, poca participación y ayuda de la familia al aprendizaje de los estudiantes, al parecer por el desconocimiento de los padres sobre las matemáticas. En este sentido el contexto escolar y el familiar tienen una enorme influencia en el aprendizaje de cualquier asignatura, pues varios estudios han demostrado que quienes aprueban las matemáticas en su etapa escolar tienen apoyo e injerencia de sus padres en el proceso educativo de sus hijos. (Bazán, Backhoff, & Turullols, 2016)

Todo lo anterior sirve de insumo para tomar decisiones frente a cómo deben ser planeadas y ejecutadas las clases de matemáticas.

7.1.2. Análisis del resultado histórico de las pruebas saber 11 período 2016-2018

La siguiente información es tomada directamente de la página de resultados históricos del ICFES que tiene la siguiente ficha técnica:

Información del establecimiento educativo

Establecimiento educativo	INSTITUCION EDUCATIVA EMPRESARIAL
Código DANE	166170001911
Dirección	IND LA BADEA ANTIGUA PLAZA DE FERIAS
Municipio - Departamento	DOSQUEBRADAS - RISARALDA
Entidad territorial certificada (ETC)	DOS QUEBRADAS
Sector	Oficial
Zona	Urbano
Grupo de comparación (GC)	3

Fechas que debe tener en cuenta:

Aplicación	2016-2	2017-2	2018-2
Fecha de presentación del examen	31/07/16	27/08/17	12/08/18
Fecha de corte del SIMAT	09/16	09/17	09/18
Fecha de actualización de datos	05/11/16	25/11/17	02/11/18

*Las fechas se reportan en el siguiente formato: día/mes/año.

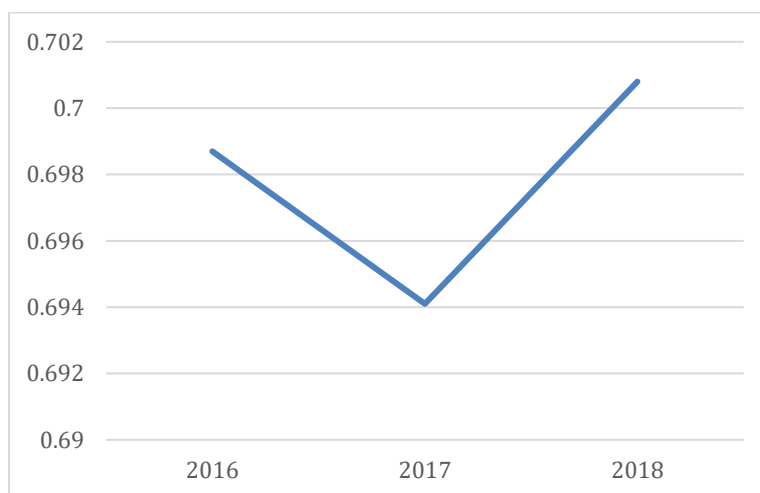
Tabla 6. Índice en Matemáticas 2014 - 2018 de la Institución Educativa Empresarial

	2016	2017	2018
EVALUADOS	105	124	125
ÍNDICE DE MATEMÁTICAS	0.6987	0.6941	0.7008

Fuente: Elaboración propia desde (ICFES, 2018)

Estos datos se muestran un leve aumento del índice en el año 2018 que se observan mejor en la siguiente gráfica:

Gráfico 5. Índice en Matemáticas 2014 - 2018 de la Institución Educativa Empresarial



En cuanto al porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño que describen lo que saben y saben hacer los estudiantes de acuerdo a las especificaciones de la prueba, esto es: insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado, siendo el satisfactorio el nivel esperado, el ICFES presenta los siguientes resultados:

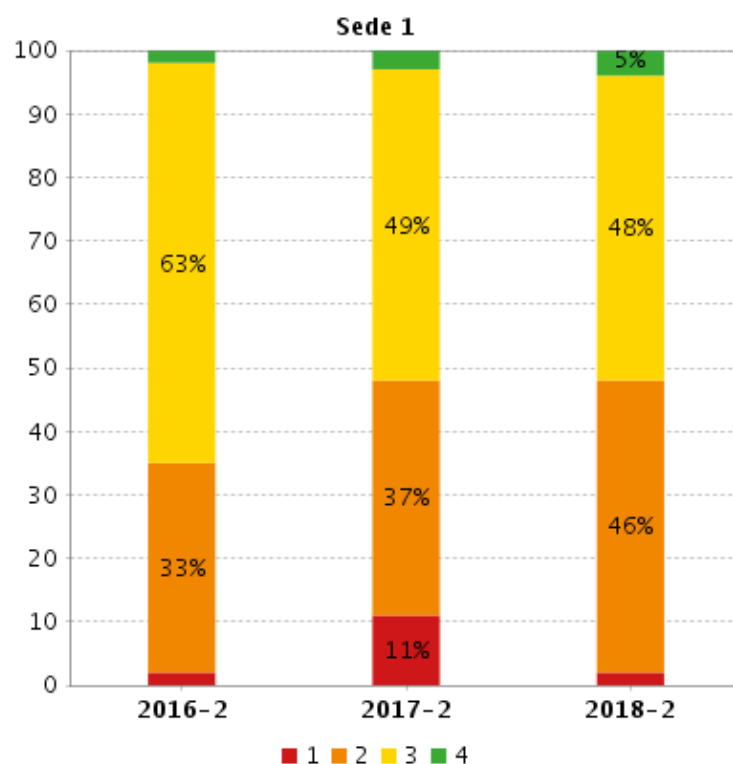
Tabla 7. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño

Avanzado			Satisfactorio			Mínimo			Insuficiente		
2016	2017	2018	2016	2017	2018	2016	2017	2018	2016	2017	2018
2%	11%	2%	33%	37%	46%	63%	49%	48%	3%	3%	5%

Fuente: Tomado de (ICFES, 2018)

La mayoría de estudiantes se encuentran en el nivel mínimo, aunque el nivel satisfactorio va alcanzando mejoras substanciales de un año a otro. La siguiente gráfica muestra los porcentajes según el nivel de desempeño:

Gráfico 6. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en Matemáticas



Fuente: Tomado de (ICFES, 2018)

Como puede verse en la gráfica, en el último año aumentó el porcentaje de nivel de desempeño mínimo y disminuyó el insuficiente. Lo que se quiere es que aumente aún más el nivel de desempeño satisfactorio y aun el avanzado.

Los puntajes promedio en los últimos tres años son los siguientes

Tabla 8. Puntajes promedio en matemática institución educativa 2016-2018

2016	2017	2018
54	50	52

Fuente: Tomado de (ICFES, 2018)

Se nota un leve descenso en el año 2017 y se espera vaya en aumento en los próximos años.

Se mide igualmente la cantidad de respuestas incorrectas que contestan los estudiantes en cada uno de los aprendizajes evaluados, representando así un indicador del desempeño de los estudiantes al realizar acciones complejas que articulan varios procesos de pensamiento. El ICFES plantea que “La situación ideal es aquella en la cual el porcentaje promedio de respuestas incorrectas disminuye a través del tiempo; cuando se presente esta situación notará que la línea de tendencia se dirige hacia abajo” (ICFES, 2018, p. 22).

El ICFES igualmente presenta resultados en relación al número de respuestas incorrectas, mostrando las siguientes gráficas que se analizan desde los siguientes rangos:

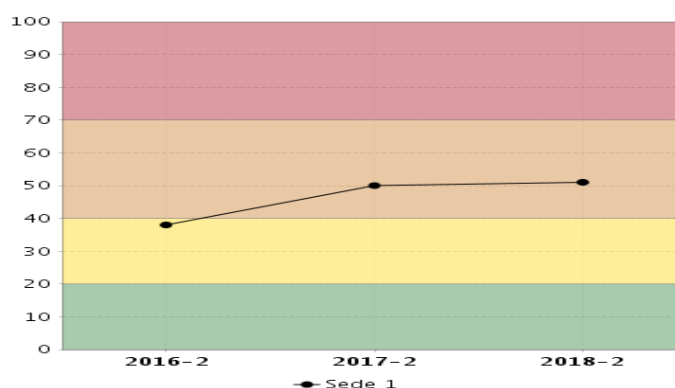
Si el porcentaje promedio de respuestas incorrectas es menor al 20% se ubica en el color verde. Si el porcentaje promedio de respuestas incorrectas es mayor o igual al 20% y menor al 40% se ubica en el color amarillo. Si el porcentaje promedio de respuestas incorrectas es mayor o igual al 40% y menor al 70% se ubica en el color naranja. Si el porcentaje promedio de respuestas incorrectas es mayor o igual al 70% se ubica en el color rojo

Los aprendizajes evaluados son:

- Solución de problemas
- Comprensión y transformación de información cuantitativa
- Planteamiento e implementación de estrategias para solución de problemas con información cuantitativa

Con relación a la resolución de problemas se muestran los siguientes resultados:

Gráfico 7. Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas

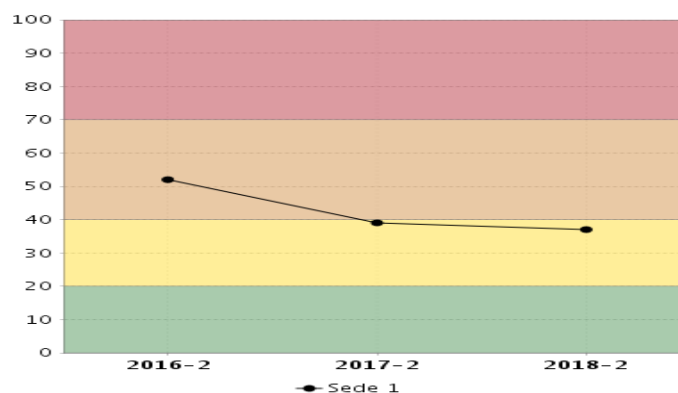


Fuente: Tomado de (ICFES, 2018, p. 22)

Como puede verse aún hay muchos estudiantes que tienen respuestas en el rango entre 40% y 70% de respuestas incorrectas, aumentando en los últimos dos años en este ítem de preguntas concernientes a la resolución de problemas.

Cuando se analiza la Comprensión y transformación de información cuantitativa, se obtienen los siguientes resultados:

Gráfico 8. Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintas gráficas.

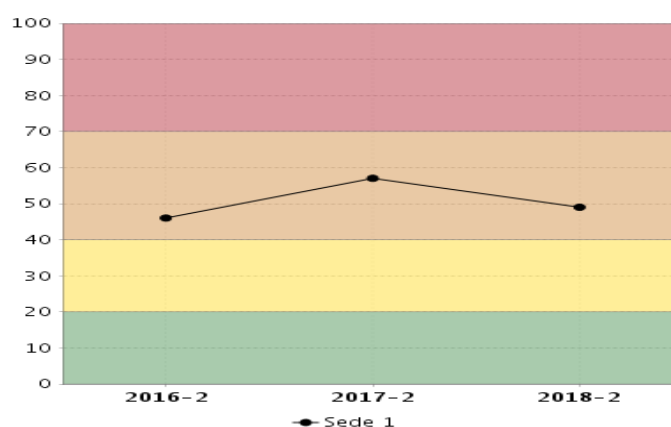


Fuente: Tomado de (ICFES, 2018, p. 22)

En este ítem, puede apreciarse una disminución notable de respuestas incorrectas en el presente año 2018. Sin embargo está muy cercano al rango del 40% de estudiantes que contestan incorrectamente este tipo de preguntas.

Frente al tema de resolución de problema que involucran información cuantitativa, buscando plantear e implementar estrategias, estos fueron los resultados:

Gráfico 9. Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias



Fuente: Tomado de (ICFES, 2018, p. 22)

Este ítem también muestra una leve disminución de respuestas incorrectas aunque aún se ubican en rangos muy altos de entre 40% y 70%

7.1.3. Prueba diagnóstica de conocimientos previos

La situación exploratoria se llevó a cabo aplicando el instrumento anexo 3, (cuestionario), a 31 estudiantes del grado 11 C, de la institución educativa Empresarial de Dosquebradas Risaralda, donde se indaga por cuestiones pertinentes a la función

racional con el propósito de evidenciar las posibles dificultades en la adquisición de las competencias matemáticas, del pensamiento variacional, definidas según el Ministerio de Educación Nacional, de Colombia, como: generar y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular, comparar y ejercitar.

Después de desarrollar la prueba diagnóstica mediante un taller cuyo tema central fue la función racional, se obtuvo los siguientes resultados que se recogen en la siguiente tabla:

Tabla 9. Resultados prueba diagnóstica de conocimientos previos

COMPETENCIA MATEMÁTICAS	NIVEL DE desempeño ALTO	NIVEL DE desempeño BÁSICO	NIVEL DE COMPETENCIA BAJO	COMPETENCIA NO ADQUIRIDA O NO RESPONDE
Comunicativa	2	7	19	3
Razonar	0	10	17	4
Formulación comparación y ejercitación	8	6	16	1
Generar y resolver problemas	3	4	16	8
Modelación	0	4	19	8

Fuente: Elaboración propia

En la tabla se muestra que el nivel de competencia matemática en la escala de Alto, para la competencia comunicativa solo fue adquirida por dos estudiantes de treinta y uno, para la competencia razonar, ningún estudiante la adquirió, la competencia comparación y ejercitación sólo ocho estudiantes la adquirieron, la competencia generar

y resolver problemas tres estudiantes demuestran desempeños y para la competencia modelación ninguno estudiante la adquirió; lo que se puede inferir del resultado de la prueba es que la competencia se adquiere si el estudiante demuestra; mediante un desempeño como puede alcanzar su capacidad racional a través de la resolución de la prueba .

De otro lado, se puede visualizar así el desempeño para cada competencia:

- **Competencia Comunicativa:** dos (2) tienen nivel de desempeño alto, siete (7) en nivel básico, diecinueve (19) estudiantes en nivel bajo y tres (3) estudiantes que al no responder se presume que no tienen el conocimiento para la competencia.

- **Competencia Razonar:** en el nivel de desempeño alto ningún estudiante, en el nivel básico diez(10) estudiantes y en nivel bajo cuatro(4) estudiantes no demuestran tenerla.

- **Competencia Formulación, Comparación y Ejercitación:** lo que muestra la prueba es que solo ocho (8) estudiantes tienen nivel de desempeño alto, seis (6) desempeño básico , dieciséis(16) estudiantes nivel de desempeño bajo y uno (1) no demuestra conocimiento de lo cuestionado.

- **Competencia Matemática Generar y Resolver:** la evidencia se demuestra así: nivel alto tres (3) estudiantes, nivel básico cuatro (4) estudiantes, nivel bajo dieciséis (16) estudiantes y ocho (8) no responden.

- **Competencia Modelación:** lo que muestra la prueba es que en nivel de desempeño alto no hay ningún estudiante, que en el nivel básico solo cuatro (4) estudiantes y el grueso de los estudiantes, diecinueve(19) en total están en

desempeño bajo, también que ocho estudiantes no adquieren la competencia al no evidenciarse respuesta a la pregunta.

En la siguiente tabla se especificarán los conocimientos previos de los estudiantes sobre la función racional, con el instrumento anexo 2, luego de la situación a-didáctica preliminar a la intervención de la situación didáctica planeada y ejecutada por la maestra investigadora en el grupo objeto de estudio. Se muestran las preguntas en relación con cada una de las competencias exploradas.

Tabla 10. Conocimientos previos en la *estructura* del taller

CONOCIMIENTOS PREVIOS	NÚMERO DE PREGUNTA EN LA PRUEBA	COMPETENCIA
1. Conocer el concepto de función	Pregunta 1	Comunicativa
2. Conocer el concepto de número racional o racionales	Pregunta 2	Razonar
3. Conocer y aplicar el concepto de función racional	Pregunta 3 y 5	Ejercitación y modelación
4. Conocer y aplicar el concepto de dominio y rango	Pregunta 4	Generar y resolver problemas
5. Realizar la gráfica de función racional	Pregunta 5	Modelación
6. Descripción del proceso de graficación de la función racional	Pregunta 6	Razonar argumentar
7. Identificación de la gráfica de la función racional	Pregunta 7	Comparar

Fuente: Elaboración propia

De esta prueba inicial se concluye que la mayoría de los estudiantes presentan dificultades en todas las competencias matemáticas, ya que los desempeños en nivel ALTO son muy pocos y el porcentaje para este nivel es de 25,80 %, en la competencia formulación comparación y ejercitación, por lo que se puede decir que también existen dificultades en las otras competencias con porcentajes que superan este número.

7.2 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE SECUENCIA DIDÁCTICA

Se diseñó y se implementó la siguiente secuencia didáctica con la cual se pretende fortalecer la función racional y sus componentes, con las respectivas competencias necesarias en el estudiante.

SECUENCIA DIDÁCTICA FUNCIÓN RACIONAL		
ASIGNATURA: <u>CÁLCULO</u> GRADO: <u>11 ° C</u> TIEMPO: <u>16 horas</u>		
PROFESORA: ZULEIMA CARDONA MARTÍNEZ	DISONANCIA: Cuál es la magia en éstos números? 444 $4+4+4=12$ $444/12=37$	RETO En una clase de informática se realiza un experimento sobre la capacidad de memorización. Durante 10 días se le pidió a cada estudiante aprenderse 30 emoticones (imágenes del whatsapp); diferentes para cada día y al terminar el día debían regresar la lista y anotar los que podían recordar. Al finalizar sacaron promedios y se encontró que el número de símbolos $D(t)$ después de t días está dado por
	999 $9+9+9=27$ $999/27=37$	$D(t) = (5t+30)/t \quad t \geq 1$
	Descubre qué otros números permiten obtener el mismo resultado	Trazar la gráfica. A qué valor tiende D

		cuando $t \rightarrow \infty$
--	--	-------------------------------

DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL

1. Saber razonar
2. Saber representar y comunicar
3. Saber generar y resolver problemas
4. Saber modelar y comparar
5. Ejercitación

DIDÁCTICA Y METODOLOGÍA

SABER DISCIPLINAR

Funciones: test previo a la intervención didáctica

-Interiorizar el concepto de función racional

Clase expositiva, magistral, video conceptual sobre función racional

https://www.youtube.com/results?search_query=funcion+racional+representacion+grafica

<https://www.youtube.com/watch?v=wzc6T9mAGHM>

https://www.youtube.com/watch?v=qM7m_J13GIY

-Argumentar cuando una gráfica es función racional

-Comparar gráficas de funciones e identifica la función racional

GUÍA METODOLÓGICA

OBJETIVOS:

- Diferenciar la función racional, determinando las características a partir de su fórmula
- Graficar la función racional en el plano cartesiano utilizando su dominio y rango.
- Hallar las asíntotas de la función para limitar la gráfica y analizar el comportamiento de la función según sus límites.

CONTENIDO.

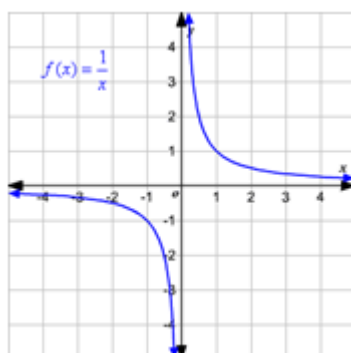
Definición de función racional, grafica, dominio, rango, asíntotas,

DEFINICIÓN DE LA FUNCIÓN RACIONAL

Una función racional está definida como el cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene un grado de por lo menos uno. En otras palabras, debe haber una variable en el denominador.

La forma general de una función racional es $\frac{p(x)}{q(x)}$, donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios y $q(x) \neq 0$.

La función racional más sencilla es $f(x) = \frac{1}{x}$ y la gráfica es una hipérbola.



Se define la función racional como propia e impropia:

Se llaman funciones racionales propias aquellas en las que el grado del polinomio del numerador es menor que el del denominador, $n < m$.

Y se llaman funciones racionales impropias aquellas en las que el grado del polinomio del numerador es mayor o igual que el del denominador, $n \geq m$.

Ejemplo de función propia

$$f(x) = (3x^2 + 4)/(x^3 - 5)$$

Ejemplo de función impropia

$$f(x) = (3x^2 + 4)/(x - 5)$$

ASÍNTOTAS

Una asíntota es una recta que se acerca a la gráfica de la función, pero nunca la toca.

En la función padre $f(x) = 1/x$, tanto los ejes xy y son asíntotas. La gráfica de la función padre se acercará más y más pero nunca tocará las asíntotas.

Una función racional de la forma $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ tiene una asíntota vertical en el valor excluido, o $x = b$, y una asíntota horizontal en $y = c$.

Estas existen en los valores de la variable x que hace cero el denominador, en otras palabras en los

valores de x excluidos del dominio de la función. Estos valores excluidos se representan en la gráfica con líneas verticales entrecortadas, para así excluir de la gráfica todos los pares ordenados que tengan este valor de x .

Si la función racional simplifica y con ello se cancela un factor no numérico, o sea con variable, entonces este valor deja de ser una asíntota vertical para ser un **hueco** en la gráfica.

Ejemplo:

Mencione las asíntotas verticales de la función $f(x) = (x-3)/(x^2-9)$.

Solución:

Estas asíntotas se obtienen igualando a cero el denominador. En esta ecuación es necesario factorizar y simplificar antes de buscar las asíntotas verticales.

Al simplificar un factor del numerador con un factor del denominador surge un hueco.

La coordenada horizontal de este se obtiene igualando a cero el factor simplificado.

En este ejemplo el hueco es un punto cuya coordenada en x es -3 .

Asíntotas verticales: $x=1$ Huecos: Hay un hueco en $x= -3$

Asíntotas Horizontales: (la gráfica si puede tocarlas)

Los valores de la variable y que se representa como una asíntota horizontal se obtiene al comparar los grados de los polinomios (numerador y denominador) de la función racional n y m , respectivamente, veamos...

i) Si $n < m$ entonces $y=0$, el eje de x , es la asíntota horizontal

ii) Si $n = m$ entonces $y=a_n/b_m$, es la asíntota horizontal

iii) Si $n > m$ entonces **no hay** asíntota horizontal.

Ejemplo

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$$

$$f(x) = \frac{\cancel{x-3}}{(\cancel{x-3})(x+3)}$$

$$f(x) = \frac{1}{x+3}$$

Estas asíntotas se obtienen igualando a cero el denominador. En esta ecuación es necesario factorizar y simplificar antes de buscar las asíntotas verticales.

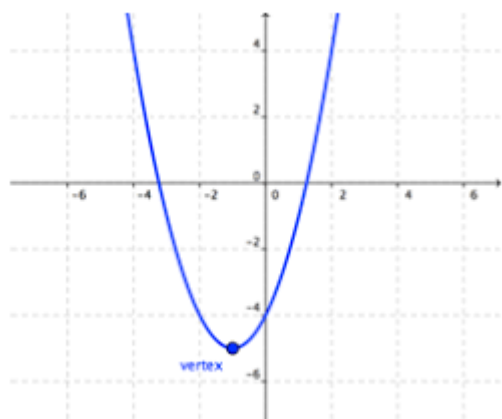
Al simplificar un factor del numerador con un factor del denominador surge un hueco. La coordenada horizontal de este se obtiene igualando a cero el factor simplificado.

En este ejemplo el hueco es un punto cuya coordenada en x es -3 .

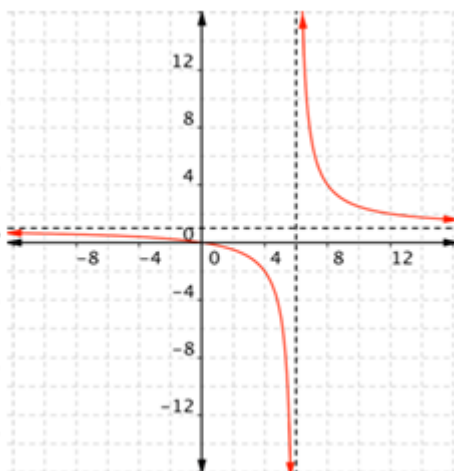
Asíntotas verticales: $x=1$ Huecos: Hay un hueco en $x= -3$

De las siguientes gráficas escoge la que representa la función:

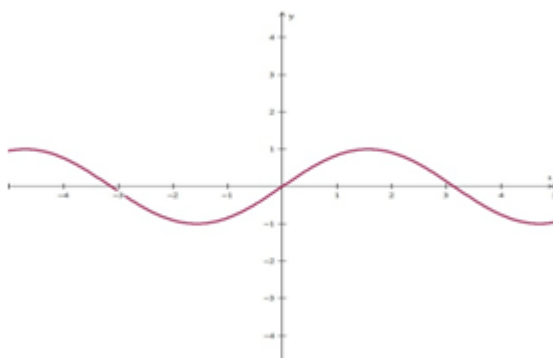
a.



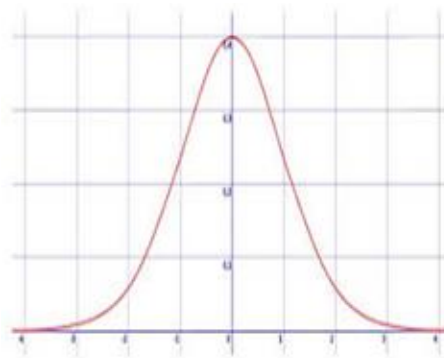
b.



c.



d.



SABER PROCEDIMENTAL: Actividades individuales y grupales
 Elaboración de taller de gráficas de función racional
 Ejercicios propuestos en clase
 Soluciones de taller haciendo uso de la aplicación GEOGEBRA

<p>Pruebas escrita: test después de la intervención didáctica</p> <p>SABER ACTITUDINAL</p> <ul style="list-style-type: none"> Sigue instrucciones apropiadamente Permanece atento a las explicaciones Participa activamente cuando trabaja en equipo Propone ideas para desarrollar actividades
<p>RETROALIMENTACIÓN:</p> <p>Solución de test</p>
<p>Recursos: Aula, tablero, material didáctico: guía y taller, tablets, medios audiovisuales y de sistemas, aplicación GEOGEBRA.</p>

La puesta en marcha de la secuencia didáctica fue exitosa. Todos trabajaron con los ritmos esperados resolviendo talleres, ejercicios y pruebas escritas. Con el trabajo en equipo se logró la participación activa de todos los estudiantes. La implementación de herramientas tecnológicas también facilitó mucho el aprendizaje, sirvió de motivador para que se interesaran por encontrar las respuestas correctas, ampliando y fortaleciendo con ello sus competencias y todos sus pensamientos matemáticos, sobre todos los de pensamiento variacional. Se logró un razonamiento matemático acorde con las propuestas, representaron y comunicaron asertivamente lo solicitado, generaron problemas y resolvieron los que se habían planteado y se evidencio que son mejores en el modelado y comparación, como ejercicios básicos del pensamiento variacional.

PRUEBA FINAL

Se realizó la prueba final, utilizando el mismo ejercicio que se había propuesto en la prueba diagnóstica, con el fin de verificar los logros después de aplicada la secuencia didáctica y estos fueron los resultados:

Tabla 11. Resultado obtenidos después de la intervención didáctica

COMPETENCIA MATEMÁTICAS	NIVEL DE desempeño ALTO	NIVEL DE desempeño BÁSICO	NIVEL DE COMPETENCIA BAJO	COMPETENCIA NO ADQUIRIDA O NO RESPONDE
Comunicativa	6	5	20	0
Razonar	7	11	10	3
Formulación comparación y ejercitación	4	4	22	1
Generar y resolver problemas	3	8	17	3
Modelación	3	4	17	7

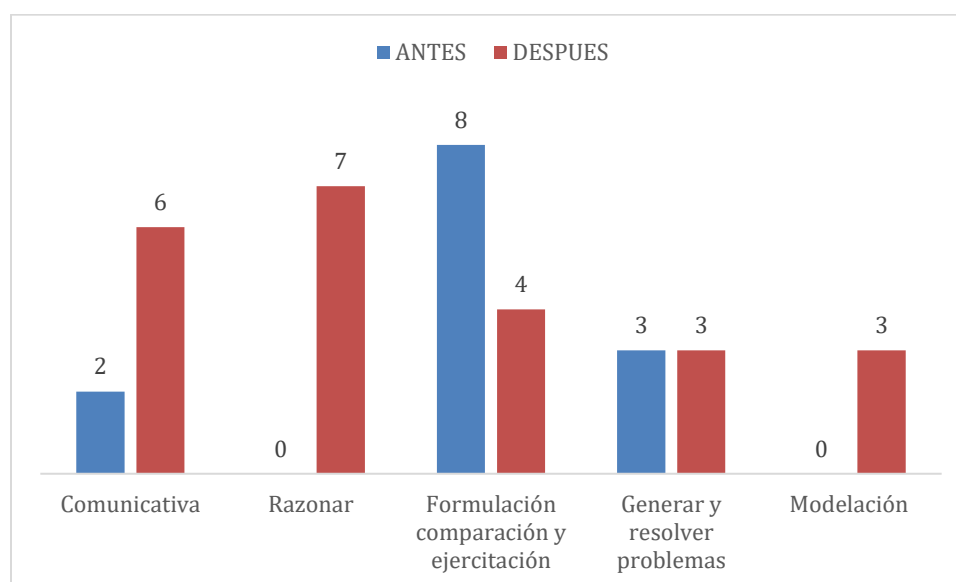
Fuente: Elaboración propia

Como puede apreciarse, hay cambios sustanciales en relación al primer ejercicio realizado sin la aplicación de la secuencia didáctica, aumentando el número de estudiantes que llegan al nivel de desempeño alto en las competencias matemáticas. Todavía hay que disminuir el número de estudiantes que tienen competencias bajas o que no las adquieren porque ello representa aun un porcentaje bastante preocupante, que seguramente se verá reflejado en las pruebas saber, dando como consecuencia un puntaje muy negativo en la evaluación institucional. Sin embargo ver estas mejorar

sirven para entender que la secuencia didáctica y la observación detallada de las situaciones didácticas sirven para mejorar las competencias en todos los estudiantes, teniendo en cuenta las variables descritas en la encuesta, ya que estas también son de vital importancia para el logro de los objetivos, en relación a los pensamientos matemáticos básicos que es indispensable desarrollar en la comunidad educativa.

Para apreciar mucho mejor cómo se comporta cada una de las competencias en los niveles esperados, alto y básico, se han elaborado las siguientes graficas:

Gráfico 10. Comparativo antes y despues del nivel de desempeño alto

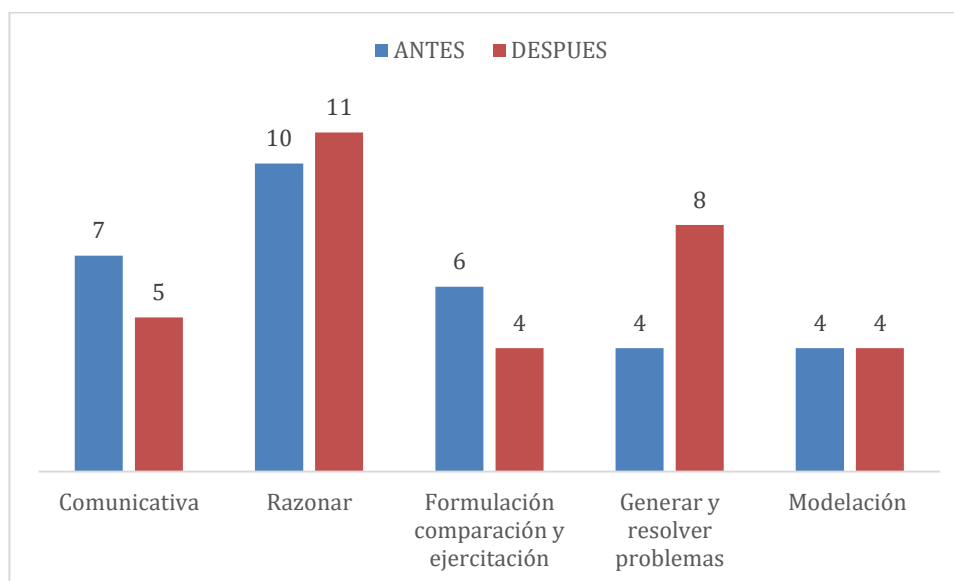


Fuente: Elaboración propia

Como muestra el gráfico fue muy significativo el avance en competencias como la comunicativa, razonar y modelación. Esto permite visualizar que en competencias como formulación, comparación y ejercitación y la competencia de generar y resolver problemas debe seguirse trabajando aún más.

Para el nivel de desempeño básico, los resultados son los siguientes:

Gráfico 11. Comparativo antes y después en el nivel de desempeño básico



Fuente: Elaboración propia

Se aprecia una leve mejora en la competencia razonar y una mejora sustantiva en generar y resolver problemas. Hay que tratar de aumentar el número de estudiantes en las otras competencias para que por lo menos tengan el rango de competencias básicas.

El trabajo está planteado y es indispensable seguirlo fortaleciendo.

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.2. CONCLUSIONES

El trabajo con secuencias didácticas dentro del aula aporta ventajas significativas para fortalecer las competencias matemáticas. Entre ellas está la posibilidad de organizar mejor los contenidos, para que los estudiantes puedan construir y reconstruir sus conocimientos, jerarquizar los contenidos, para profundizar en aquellos que necesitan mayor tiempo y dedicación para su apropiación conceptual y práctica.

Con relación a los objetivos propuestos se puede concluir lo siguiente

- Se logró diagnosticar el nivel de las competencias matemáticas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de los estudiantes del grado 11-C de la institución educativa Empresarial encontrando un nivel bajo de desempeño en la mayoría de los estudiantes en relación con las competencias matemáticas propias de este tipo de pensamiento, gracias al análisis de las pruebas Saber realizadas por el ICFES y la prueba diagnóstica que consistió en un ejercicio donde se miden dichas competencias. Igualmente la encuesta a los estudiantes demostró la necesidad de implementar algunas estrategias que son relevantes para el fortalecimiento de su desempeño en matemáticas, como lo es el uso de tecnologías y de material de apoyo para las clases, el acompañamiento de su entorno familiar, entre otros
- Se pudo entonces diseñar un instrumento para la intervención didáctica que permitió visibilizar el desarrollo de competencias matemáticas del pensamiento variacional en grado 11-C en la Institución Educativa Empresarial. El instrumento consistió en una secuencia didáctica, cuya implementación permitió observar los progresos obtenidos por los estudiantes en relación al fortalecimiento de sus competencias.

- Se pudo validar las dificultades en la adquisición de las competencias matemáticas de los estudiantes del grado once del Colegio Empresarial, a partir del análisis a priori y posteriori de la secuencia didáctica como estrategia de intervención, encontrando las falencias en el desarrollo de estas competencias para seguir formulando secuencias didácticas que permitan alcanzar mejores logros en los estudiantes.

8.2. RECOMENDACIONES

Es necesario continuar con las investigaciones sobre el desarrollo de secuencias didácticas en el aula, los medios utilizados, la evaluación de las producciones iniciales y finales, la progresión de la secuencia didáctica con relación al logro de los estudiantes, sin dejar de lado la atención de algunas personas que tienen dificultades con el aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte, para lograr el mejoramiento de las competencias matemáticas es indispensable involucrar al cuerpo docente y despertar en ellos el interés por explorar en las secuencias didácticas y todos aquellos mecanismos que permiten el fortalecimiento no solo de las habilidades y competencias de sus estudiantes, sino también en procura de facilitar su práctica pedagógica, con elementos que susciten la curiosidad, la motivación y la transformación, tanto en las prácticas educativas como en los procesos cognitivos de los estudiantes, viendo la secuencia didáctica como una estrategia para el mejoramiento del pensamiento matemático, que redunde en dar cumplimiento al objetivo de la educación.

En el tema de investigación, se espera que este proyecto sirva como una primera etapa en sucesivas indagaciones a cerca de las estrategias pertinentes para mejorar el pensamiento matemático y así contribuir a hacer de Colombia un país con altos estándares de calidad educativa.

REFERENCIAS

- Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. M. (2006). *Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Agudelo, C. M., & Aldana, M. J. (2016). *Evaluación en matemáticas. Una propuesta basada en competencias para el Colegio de Bachillerato Patria*. Bogota: Universidad Libre .
- Aranda, M., Perez, I., & Sanchez, B. (2012). *Dificultades en el aprendizaje matematico*.
Obtenido de
https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/resteban/Archivo/TrabajosDeClase/DificultadesMatematicasLenguaje1.pdf
- Bazán, A., Backhoff, E., & Turullols, R. (2016). Participación escolar, apoyo familiar y desempeño en Matemáticas: El caso de México en PISA (2012). *Revista Electrónica de Investigación y evaluación educativa*.
- Becerra, L. V. (2018). *Fortalecimiento de las competencias lógico matemáticas, a través de Truth Table, como parte del requisito para el acceso a la educación superior para estudiantes de grado once, en la Institución Policarpa Salavarrieta Puerto Salgar, Cundinamarca*. Bogota : Univeridad Nacional Abierta y a Distia UNAD .
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*. Córdoba: Universidad de Córdoba.
- Caballero, F., & Espinola, J. G. (2016). El rechazo al aprendizaje de las matemáticas a causa de la violencia en el bachillerato tecnologico. *Ra Ximhai*, 143-161.

- Cabrero, J., & Martinez, M. (2001). Investigación no experimental, evaluativa y cualitativa. Obtenido de http://www.anior-te-nic.net/apunt_metod_investigac4_6.htm#Evaluativa
- Cardoso, E. O., Cerecedo, M. T., & Ramos, J. R. (2012). Actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes de posgrado en administración: un estudio de diagnóstico. *REXE. Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 80-97.
- Colombia Aprende . (2004). *Colombia aprende: La red del conocimiento*. Obtenido de <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-73506.html>
- Congreso de la República de Colombia. (1994). *Ley 115 de 1994*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Delgado, Z. (2012). *Pensamiento numerico* . Obtenido de <http://zolecita-delgado.blogspot.com.co/2012/05/pensamiento-numerico.html>
- Diaz, A. (2011). Competencias en educación. Corrientes de pensamiento e implicaciones para el currículo y el trabajo en el aula. *Revista iberoamericana de educación superior*, 3-24.
- Fernandez, C. I. (2009). *Dificultades de aprendizaje de las matematicas* . Obtenido de <https://es.slideshare.net/intereduvido/dificultad-de-aprendizaje-de-las-matemticas>
- Frade, L. (2009). *Planeacion por competencias*. México: Inteligencia educativa.
- Fundacion Rubio. (2017). *Dificultades del aprendizaje matemático más comunes*. Obtenido de <https://cuadernos.rubio.net/prensa/post/dificultades-del-aprendizaje-matematico-mas-comunes#>
- García, V. D. (2014). *Aplicación de la ingeniería didáctica como metodología para favorecer el desarrollo de competencias a partir de los sistemas de ecuaciones lineales*. Palmira: Universidad Nacional.

- Gómez, O. M. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno*. Bogotá : Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Heras, M. (2017). *Enseñar matemáticas desde situaciones cotidianas*. Barcelona: Universidad Internacional de la Rioja.
- Hernandez, & Gaviria. (2014). *Apoyo al currículo de matemáticas de grado sexto, en el componente geométrico, con ambientes virtuales de aprendizaje en el municipio de Envigado, Antioquia*. . Medellín : Universidad Nacional .
- ICFES. (05 de 12 de 2017). *Mejores resultados en Matemáticas están asociados al interés que perciben los estudiantes de sus profesores*. Obtenido de <http://www2.icfes.gov.co/item/2379-mejores-resultados-en-matematicas-estan-asociados-al-interes-que-perciben-los-estudiantes-de-sus-profesores-icfes>
- ICFES. (2018). *Clasificación planteles*. Obtenido de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/resultadosClasificacionPlanteles.jsf?faces-redirect=true#No-back-button>
- ICFES. (2018). *Resultados de reportes históricos del examen saber 11 - establecimientos educativos*. Bogotá.
- Iñiguez, F. (2015). El desarrollo de la competencia matemática en el aula de Ciencias Experimentales. *Revista Iberoamericana De Educación*, 117-130.
- Jimenez, A., & Pineda, L. M. (2012). Comunicación y argumentación en clase de matemática. *Educación y Ciencia*, 101-116.
- Londoño, J. A., & Aldana, E. (2013). *La competencia de representación en el pensamiento variacional desde el concepto de función lineal en el marco de la ingeniería didáctica*. Armenia : Universidad del Quindío .

Maldonado, M. A. (2010). *Curriculo con enfoque en competencias* . ECOE Ediciones .

Ministerio de Educacion. (2018). *Reporte de excelencia 2018 Institucion Educativa*

Empresarial . Obtenido de

https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2018/166170001911.pdf

Ministerio de Educacion Nacional . (2006). *Estándares Básicos de Competencias en*

Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá: Ministerio de Educacion Nacional.

Ministerio de Educacion Nacional . (2013). *Secuencias Didacicas en Matematicas* .

Bogotá: Corpoeducación.

Ministerio de Educacion Nacional . (s.f.). *Revolucion Educativa* . Obtenido de

<https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-180737.html>

Ministerio de Educacion Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares*. Obtenido de

https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Muñoz, O. (2012). *Diseñar e implementar una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la función lineal modelando situaciones problema a través de las TIC: Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa la Salle de Campoamor*. O. Medellín: Universidad Nacional de Colombia .

Noreña, R. A. (2013). *Función racional en el desarrollo del pensamiento variacional* .

Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Ochoa, O. O., & García, A. M. (2012). La secuencia didáctica como estratégica en la

enseñanza del ensayo argumentativoLa. *Cuadernos de Linguistica Hispanica* , 199-217.

- Perez, J., & Ana, g. (2016). *Definicion.De*. Obtenido de <https://definicion.de/secuencia-didactica/>
- Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Mexico: Quebecor World, Gráficas Monte Albán.
- Sadovsky, P. (2015). *La teoría de las situaciones didácticas, un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática*. Obtenido de https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf
- Semana. (3 de 12 de 2013). *Vergüenza: Colombia entre los peores en educación*. Obtenido de <https://www.semana.com/nacion/articulo/colombia-entre-ultimos-puestos-prueba-pisa/366961-3>
- Tobon, S., Pimienta, J., & García, J. (2010). *Secuencias didácticas, Aprendizaje y evaluación de competencias*. México : Pearson- Prentice Hall.

ANEXOS

Anexo 1. ENCUESTA ESTUDIANTES GRADO 11-C

A .PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES SOBRE SU PROFESOR					
Pregunta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
1. El profesor me motiva para que estudie más matemáticas					
2. El profesor me aconseja y me enseña a estudiar					
3. Me siento a gusto en clase de matemáticas					
4. El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas					
5. Pregunto al profesor cuando no entiendo algún ejercicio					
6. El profesor me hace sentir que puedo ser bueno en su clase					
7. El profesor tiene en cuenta los intereses de los estudiantes					
8. Me gusta cómo enseña mi profesor de matemáticas					
9. Después de cada evaluación, el profesor me comenta los progresos hechos y las dificultades encontradas					
10. En general, las clases son participativas					
SATISFACCIÓN HACIA EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS					
Pregunta	Muy de acuerdo	De acuerdo	En desacuerdo	Muy en desacuerdo	
1. Las matemáticas serán importantes para mi futuro					
2. Las matemáticas son útiles para la vida cotidiana					
3. Entiendo los ejercicios que me manda el profesor para resolver en casa					
4. En años anteriores me gustaban más las matemáticas					
5. Espero utilizar las matemáticas cuando termine de estudiar					
6. Soy bueno en matemáticas					
METODOLOGÍA Y DIDÁCTICA					
Pregunta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
6. Las clases de matemáticas son planeadas cuidadosamente					
7. las explicaciones y actividades en el aula de clases toman ejemplos de lo cotidiano					
8. Resuelvo con facilidad los problemas matemáticos explicados por el profesor cuando toma asuntos de mi interés personal					
9. Utiliza el profesor materiales de apoyo para sus clases					
10. Los ejercicios en clase son suficientes para entender los temas					
APOYO INSTITUCIONAL Y FAMILIAR AL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS					
Pregunta	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
6. Hay en la institución materiales de apoyo que faciliten el aprendizaje de las matemáticas					
7. Me ayudan mis familiares a realizar las tareas y trabajos dejados por el profesor de matemáticas					
8. Me siento conforme con la cantidad de horas que dedica la institución para las clases de matemáticas					
9. Mis padres saben resolver ejercicios matemáticos					
10. Con frecuencia preguntan mis padres al profesor de matemáticas como voy en su área					

Anexo 2. Prueba exploratoria grado 11-C



INSTITUCIÓN EDUCATIVA EMPRESARIAL PRUEBA EXPLORATORIA GRADO 11C

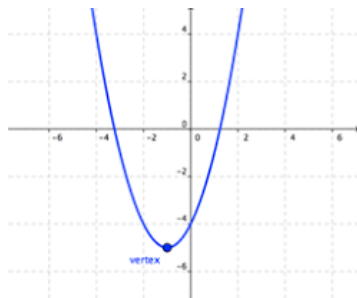
Docente: Zuleima Cardona Martínez. Nombre de estudiante: _____
Tema: Función Racional.

1. Defina la palabra función
2. Cuando se habla de racionales o racional a que se hace referencia?
3. Despeja y de la expresión $xy = 6$ ¿Qué tipo de función es? ¿Qué te permitió identificarla?

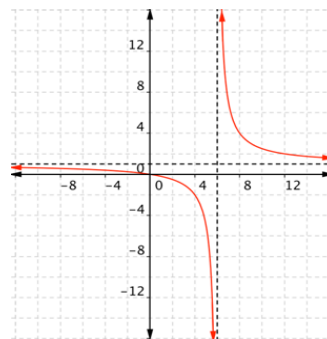
Dada la siguiente función $f(x) = \frac{x}{x+2}$

4. Identifica el dominio y el rango:
¿Qué limitante tiene en particular ésa función racional y que nombre recibe?
5. Realiza la gráfica de la función anterior, tabula si es necesario.
6. Explique cuál fue el proceso para realizar la grafica:
7. De las siguientes graficas escoge la que representa la función $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$

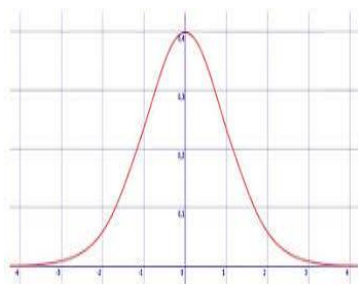
a.



b.



c.



d.

